

Sendungen zur Post gehen."²⁸ (Cassidy, D.C. (1992), S.658-659).

Heisenbergs Formel (die sogenannte *Weltformel*) fand ihren Weg in Deutschland (und in der ganzen Welt) auf die Titelseiten der Zeitungen. "Die Öffentlichkeit kam jedoch schnell wieder zur Besinnung, denn Pauli hatte sich plötzlich von Heisenbergs Weltformel distanziert. Dem ewigen Kritiker waren zunehmend Zweifel gekommen, und zwei Wochen bevor Heisenberg auf der Planck-Feier die Formel allzu vorschnell präsentierte, hatte er in einem strengen Brief an Heisenberg der Theorie jede weitere Unterstützung versagt und dies in einer zweiteiligen, auf englisch verfaßten Erklärung 67 führenden Physikern mitgeteilt."²⁹ Der Brief und der Verzicht hielten Heisenberg nicht davon ab, seine Formel weiterhin vor aufmerksamen Zuhörern überall in West- und Ostdeutschland vorzutragen." (Cassidy, D.C. (1992), S. 659-669).

2.3 Flavor-Symmetrien und Quarkmassen

Nach der Entdeckung des Neutrons (1932) bemerkte *W. Heisenberg* gleich einen außergewöhnlichen Aspekt. Abgesehen davon, daß es offensichtlich keine Ladung trägt, ist es *nahezu* identisch mit dem Proton. Beider Massen liegen fast beieinander ($m_p=938.27231 \text{ MeV}/c^2$; $m_n=939.56563 \text{ MeV}/c^2$). Der Vorschlag von Heisenberg³⁰ lautete: Sie sind als zwei "Zustände" eines *einzelnen* Teilchens, des *Nukleons* anzusehen. Der kleine Unterschied könnte der Tatsache zugeschrieben werden, daß das Proton geladen ist, da die in seinem elektrischen Feld gespeicherte Energie zu seiner Trägheit beiträgt. In diesem Fall sollte das Proton das schwerere der beiden sein. Andererseits hätte ein solcher Sachverhalt katastrophale Folgen für die Stabilität der Materie³¹. Wenn man irgendwie die elektrische Ladung 'abschalten' könnten, dann wären Proton und Neutron nach Heisenberg nicht mehr unterscheidbar. Oder, anders formuliert: Die *starke* Kraft, der Protonen und Neutronen ausgesetzt sind, ist identisch.

Die Geschichte wiederholte sich in den späten Fünfzigern. Wie im Jahr 1932, als Proton und Neutron als ein Paar angesehen worden war, wurde in zunehmendem Maße deutlich, daß die Nukleonen, das Λ , die Σ 's und die Ξ 's zusammen eine natürliche Gruppierung in der Baryonenfamilie bilden. Alle haben den Spin $\frac{1}{2}$ und ihre Massen sind ähnlich. Es käme nicht überraschend, wenn sie alle verschiedene Zustände eines einzelnen Teilchens wären. Dann würden diese acht Baryonen sinnvollerweise als ein *Supermultiplett* betrachtet. Das bedeutet:: Sie gehören in dieselbe Darstellung einer größeren Symmetriegruppe, in welcher die so-

²⁸W. Heisenberg und W.Pauli: "On the isospin group in the theory of the elementary particles", unveröffentlichtes, vervielfältigtes Typoskript, Vgl. Cassidy, D.C. (1992), S.776, Fußnote 62.

²⁹Pauli, Erklärung, datiert 8. Apr. 1958, Vgl. Cassidy, D.C. (1992), S.776, Fußnote 65.

³⁰*Zeitschrift für Physik* 77, 1 (1932).

³¹Ausführliche Begründung s. Griffiths, D. (1996), S.129-133.

genannte Isospin- $SU(2)$ -Gruppe³² als *Untergruppe* enthalten ist. Die kritische Frage war: Welches ist die größere Gruppe? Der Achtfache Weg war Gell-Manns Lösung für das Acht-Baryonen-Problem. Die zugehörige Symmetriegruppe ist $SU(3)$: die Oktette bilden acht-dimensionale Darstellungen der $SU(3)$, das Dekuplett eine zehndimensionale und so weiter. Eine Tatsache, die diesen Fall schwieriger als den Fall von Heisenberg machte, besteht darin, daß kein natürlich vorkommendes Teilchen in die *fundamentale* (3-dimensionale) Darstellung der $SU(3)$ fällt, wie die Nukleonen und später die K-Mesonen, die Ξ -Baryonen usw. bei der $SU(2)$ -Gruppe. Diese Rolle blieb den Quarks vorbehalten: u , d und s formen gemeinsam eine dreidimensionale Darstellung der $SU(3)$, die sich unter der $SU(2)$ in ein Isodublett (u, d) und ein Isosingulett (s) aufspaltet.

Als das *Charm-Quark* entdeckt wurde, expandierte die Flavor-Symmetriegruppe der starken Wechselwirkung ein weiteres Mal. Aber erst die Entdeckung des *Bottom-Quarks* führte zu $SU(5)$ und das mutmaßliche *Top-Quark* zu $SU(6)$. Es gibt indes einen wichtigen Vorbehalt: Der Isospin $SU(2)$ ist eine sehr 'gute' Symmetriegruppe; die Mitglieder eines Isospinmultiplettes unterscheiden sich in ihren Massen höchstens um 2 oder 3 %, was etwa der Größenordnung entspricht, die von elektromagnetischen Korrekturen zu erwarten ist. Man glaubte lange Zeit, daß der Isospin eine exakte Symmetrie der starken Wechselwirkung ist und daß die Symmetriebrechung dem elektromagnetischen Einfluß zuzurechnen ist. Die Tatsache jedoch, daß die n - p -Massendifferenz in die falsche Richtung zielt, sofern ihre Existenz als Folge ihrer elektromagnetischen Natur erklärt wird, war irritierend, und man glaubt inzwischen, daß die $SU(2)$ nur *näherungsweise* die Symmetrie der starken Wechselwirkung erfaßt. Demgegenüber ist ($SU(3)$) eine stark 'gebrochene' Symmetrie; die Massenaufspaltung innerhalb des Baryonen-Oktetts beträgt bis zu 40 %. Die Symmetriebrechung ist sogar noch ausgeprägter, falls man das *Charm-Quark* hinzunimmt; das Λ_c^+ (udc) wiegt mehr als zweimal soviel wie das $\Lambda(uds)$, obwohl beide zum selben $SU(4)$ -Supermultiplett gehören. Noch gravierend ist ihre Auswirkung beim *Bottom-Quark*, sowie beim *Top-Quark*.

"*Warum* ist der Isospin eine solch gute Symmetrie, der Achtfache Weg recht ordentlich und die Flavor-Symmetriegruppe $SU(6)$ so schlecht? Das Standardmodell gibt den Quarkmassen die ganze Schuld. Nun ist die Theorie der Quarkmassen ein unsicheres Geschäft, wenn man bedenkt, daß sie der direkten experimentellen Messung nicht zugänglich sind. Verschiedene Argumente³³ legen es nahe, daß u - und d -Quarks *an und für sich* sehr leicht sind: mit etwa der zehnfachen Masse des Elektrons. Innerhalb der Grenzen eines Hadrons sind ihre *effektiven* Massen jedoch weitaus größer. Der genaue Wert hängt in der Tat vom Kontext ab; in Baryonen sind sie für gewöhnlich größer als in Mesonen. (...) In etwa derselben Weise ist die

³² Die meisten der für die Physik interessanten Gruppen sind *Matrizengruppen*. In der Elementarteilchenphysik sind die häufigsten Gruppen die sogenannten $U(n)$ -Gruppen: die Gruppe (eine Menge mit Symmetrioperationen, die folgende Eigenschaften haben: abgeschlossen, haben inverses und Eins-Element und die Assoziativität ist gültig) aller unitären $n \times n$ -Matrizen. (Eine *unitäre Matrix* ist eine Matrix, deren Inverses gleich der adjungierten Matrix ist.) Wenn man sich weiter auf unitäre Matrizen mit Determinante 1 beschränken, wird die Gruppe $SU(n)$ genannt.

³³ A.DeRujula, M.Georgi und S.L.Glashow, *Phys.Rev.* **D12**, 147 (1975); S.Weinberg, *Trans.N.Y.Acad.Sci., Series II* **38**, 185 (1977); S. Gasiorowicz und J.L.Rosner, *Am.J.Phys.* **49**, 962 (1981); J.Gasser und H.Leutwyler, *Phys.Rep.* **87**, 78 (1982).

effektive Trägheit eines Teelöffels größer, wenn man damit Honig rührt, als wenn man damit Tee rührt, und in beiden Fällen übersteigt sie die wahre Masse des Löffels. Allgemein gesprochen, ist die effektive Masse eines Quarks in einem Hadron um etwa $350 \text{ MeV}/c^2$ größer als seine *nackte* Masse (...) Verglichen damit sind die völlig unterschiedlichen *nackten* Massen von up- und down-Quarks praktisch irrelevant; sie *verhalten* sich, als hätten sie identische Massen. Aber das *s-Quark* ist bedeutend schwerer, und *c*-, *b*- und *t*-Quarks liegen weit auseinander. Abgesehen von den Unterschieden in den Quarkmassen, behandelt die starke Wechselwirkung alle Flavours gleich. Somit ist der Isospin eine gute Symmetrie, weil die effektiven *u*- und *d*-Massen so ziemlich gleich sind (was heißen soll: auf einer "elementarerer" Ebene, weil ihre *nackten* Massen so klein sind); der Achtfache Weg ist eine *ganz ordentliche* Symmetrie, weil die effektive Masse des seltsamen Quarks nicht *allzu* weit von denen des *u* und des *d* entfernt ist. Aber die schweren Quarks sind so weit weg, daß ihre Flavor-Symmetrie stark gebrochen ist. Diese "Erklärung" zieht natürlich zwei Fragen nach sich:

- (1) *Warum* erhöht die Bindung von Quarks in Hadronen ihre effektiven Massen um etwa $350 \text{ MeV}/c^2$? Die Antwort liegt wahrscheinlich innerhalb der QCD, aber die Details sind noch nicht verstanden³⁴.
- (2) Warum haben die *nackten* Quarks gerade die Massen, die sie haben? Folgt das einem Schema? Auf diese Frage bietet das Standardmodell keine Antwort; die sechs *nackten* Quarkmassen und auch die sechs Leptonmassen sind für den Augenblick einfach Inputparameter, und es ist Aufgabe von Theorien *jenseits* des Standardmodell zu sagen, woher das kommt." (Griffiths, D. (1996), S.134-135).

	Quarkflavor	Nackte Masse (In MeV/c^2)	Effektive Masse (In MeV/c^2)	
			in Baryonen	in Mesonen
Leichte Quarks	<i>u</i>	4,2	363	310
	<i>d</i>	7,5		
	<i>s</i>	150	538	483
Schwere Quarks	<i>c</i>	1100	1500	
	<i>b</i>	4200	4700	
	<i>t</i>		>91000 (≈ 170000)	

Tabelle A 8: Quarks; 'nackte' und 'effektive' Massen je in MeV/c^2

³⁴Ein qualitativ plausibler Mechanismus wird durch das "MIT Bag Model" nahegelegt. Freie Quarks der Masse m , eingeschlossen in einer kugelförmiger Schale vom Radius R , haben darin eine effektive Masse $m_{\text{eff}} = (m^2 + (\hbar c / 2\pi R c)^2)^{1/2}$; x ist eine dimensionslose Zahl um 2,5.. Unter Verwendung des Protonradius (etwa $1,5 \cdot 10^{-13}$ cm) für R erhalten wir $m_{\text{eff}} = 330 \text{ MeV}/c^2$ für die up- und down-Quarks. Vgl. F.E.Close: *An Introduction to Quarks and Partons*, London, Academic, 1979, Abschn.181., in: Griffiths, D. (1996), S.150, Fußnote 9.

2.4 Mesonen-Massen im Standardmodell

Wäre die $SU(3)$ eine perfekte Symmetrie, würden alle Teilchen in einem Supermultiplett dieselbe Masse haben. Das ist offensichtlich *nicht* der Fall; das K -Meson, z.B., wiegt mehr als dreimal soviel wie das π -Meson. Wie angedeutet wurde, ist die Flavorsymmetrie gebrochen, weil die Quarks selbst ungleiche Massen haben. Grob gesagt, wiegen die K 's mehr als die π 's, weil sie ein s anstelle eines u oder d enthalten. Da die pseudoskalaren Mesonen und Vektormesonen sich lediglich in der relativen Ausrichtung ihrer Quarkspins unterscheiden, muß man die Differenz ihrer Massen auf eine Spin-Spin-Wechselwirkung zurückführen können, dem QCD-Analogen zur Hyperfeinaufspaltung im Grundzustand des Wasserstoffs. Analog zu der Formel der QED macht die Vermutung Sinn, daß die Spin-Spin-Kopplung in der QCD eine ähnliche Struktur aufweist; d.h., sie sollte proportional zum Skalarprodukt der Spins ($\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$) und umgekehrt proportional zum Produkt der Konstituentenmassen sein.

Ausgehend von dieser Annahme, kommt man auf die folgende Mesonenmassen-Formel

$$M(\text{Meson}) = m_1 + m_2 + A \cdot (\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2) / (m_1 m_2) . \quad (\text{A2-4})$$

Der Koeffizient A kann nicht berechnet werden. Man nimmt an, daß er für alle Vektor- und pseudoskalaren Mesonen gleich ist, da sie denselben Quantenzustand besetzen. Diese Annahme ist sehr fragwürdig.³⁵ Mit dem Trick des Quadrierens von $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$ findet man, daß das Skalarprodukt gleich $\frac{1}{4}(h/2\pi)^2$ für $s=1$ (Vektormesonen) und gleich $-\frac{3}{4}(h/2\pi)^2$ für $s=0$ (Pseudoskalare) ist. Für Konstituentenmassen von $m_u = m_d = 310 \text{ MeV}/c^2$ und $m_s = 483 \text{ MeV}/c^2$ ist der 'beste Anpassungswert' von A : $(2m_u/h)^2 \cdot 160 \text{ MeV}/c^2$, und man erhält als Ergebnis die folgende Tabelle A9³⁶ (die Massen sind in MeV/c^2 angegeben).

"Angesichts der etwas wackeligen theoretischen Grundlage funktioniert Gleichung (5.99) (die Massenformel (A2-4)) erstaunlich gut und beschreibt mit drei anpaßbaren Input-Parametern sieben unabhängige Mesonenmassen mit einer Genauigkeit von etwa 1 %"³⁷

³⁵"Meiner Meinung nach ist das eine fragwürdige Annahme: (i) Für ein coulombartiges Potential wissen wir (...), daß $|\Psi(0)|^2$ (damit hängt A zusammen) proportional zur *dritten* Potenz der reduzierten Masse ist (für ein lineares Potential ist $|\Psi(0)|^2$ proportional zu m). Warum berücksichtigen wir die explizite Massenabhängigkeit im Nenner von Gleichung (A2-4), wenn wir bereit sind, sie im Zähler zu ignorieren? (ii) Die zentralen (...) Mitglieder jedes Nonetts kombinieren ein Quark mit dem eigenen Antiquark und lassen somit wie das Positronium Annihilationsdiagramme zu, die für andere Mesonen nicht möglich sind. Jedoch, nichts ist so erfolgreich wie Erfolg, und Gleichung (A2-4) funktioniert erstaunlich gut." (Griffiths, D. (1996), S. 189-190, Fußnote)

³⁶Vgl. Griffiths, D. (1996), S.189, Tabelle 5.3; die ältere empirische Werte durch die neueren ersetzt..

³⁷Wie die Rechnung durchgeführt werden kann, ist dargestellt in. Griffiths, D. (1996), S.207, Aufgabe 5.22, bzw. 5.23. Ein Kommentar zum Massenproblem des η' findet sich in: C.Quigg: *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions*, New York, Benjamin, 1987, S. 252.

Meson	Berechnet (In MeV/c ²)	Empirisch (In MeV/c ²)
π	140	139.56995 (geladen)
K	484	493.677 (geladen)
η	559	547.45
ρ	780	768.5
ω	780	781.94
K^*	896	891.59
Φ	1032	1019.413

Tabelle A 9: Nach dem Standard-Modell berechnete und empirische Massen der Vektor- und Pseudoskalarmesonen in MeV/c²

2.5 Baryonenmassen im Standardmodell

Die Situation ist dieselbe wie bei den Mesonen: Wenn Flavor $SU(3)$ eine perfekte Symmetrie wäre, würden alle Oktett-Baryonen gleich viel wiegen. Aber das ist nicht der Fall. In erster Näherung schreibt man das der Tatsache zu, daß das s -Quark mehr als u und d wiegt. Aber das ist nicht die ganze Wahrheit, sonst würde das Λ dieselbe Masse haben wie Σ 's, und die Δ 's würden dem Proton gleichkommen. Offensichtlich gibt es einen bedeutenden Spin-Spin- ("Hyperfein-")Beitrag, den man wie bei den Mesonen als proportional zum Skalarprodukt der Spins und umgekehrt proportional zum Produkt der Massen annehmen kann. Der einzige Unterschied ist, daß man sich diesmal mit *drei* Spinpaaren befassen muß:

$$M(\text{Baryon}) = m_1 + m_2 + m_3 + A' \cdot \{(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2)/(m_1 m_2) + (\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_3)/(m_1 m_3) + (\mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{S}_3)/(m_2 m_3)\} \quad (\text{A2-5})$$

A' ist hier (wie bei den Mesonen) eine Konstante, die man anpaßt, um optimale Übereinstimmung mit den Daten zu erlangen. Die Produkte der Spins erhält man am einfachsten, wenn die drei Quarkmassen gleich sind. Berechnet man die entsprechenden Skalarprodukte unter Verwendung der Massen der Quarkkonstituenten und wählt für $A' = (2m_u/h)^2$ den Wert $50 \text{ MeV}/c^2$ wählt, erhält man eine gute Anpassung an die experimentellen Daten³⁸:

³⁸Vgl. Griffiths, D. (1996), S.202, Tabelle 5.3, die empirische Werte durch die neuere ersetzt.

Baryon	Berechnet (In MeV/c^2)	Empirisch (In MeV/c^2)
N	939	939,56563 (Neutron)
Λ	1116	1115,684
Σ	1179	1192,55 (neutral)
Ξ	1327	1314,9 (neutral)
Δ	1239	ca. 1232
Σ^*	1381	1383,7 (neutral)
Ξ^*	1529	1531,80 (neutral)
Ω	1682	1672,45

Tabelle A 10: Nach dem Standard-Modell berechnete und empirische Werte der Baryonen-Massen

2.6 Vorhersage der W- und Z-Massen aufgrund des GWS-Modells

Ein wesentlicher Erfolg war für die G-W-S-Theorie, daß sie unter Verwendung der Werte für die Fermikonstante und für den sogenannten schwachen Mischungswinkel die Massen der W- und Z-Bosonen 'vorhersagen' konnte. Ihre Entdeckung durch *Carlo Rubbia* und *S. Van der Meer* am CERN (1983) bedeutete einen überzeugenden Beweis für das GWS-Modell.³⁹

2.7 Ursprung des Masse - der Higgs-Mechanismus

Nach dem Standardmodell ist der sogenannte Higgs-Mechanismus für die Massen der Eichbosonen (W^\pm und Z) der schwachen Wechselwirkung verantwortlich. "Die Einzelheiten unterliegen noch immer der Spekulation - das Higgs-Teilchen ist noch nie im Labor gesehen worden." (Griffiths, D. (1996), S.405). Vermutlich ist es einfach zu schwer, um es mit irgendeinem der existierenden Beschleuniger zu erzeugen. Viele Teilchenphysiker bemühen sich momentan um den Bau eines Superconducting Supercollider (SSC), dessen Hauptaufgabe die Suche nach dem Higgs-Teilchen wäre. Nachdem der Bau bereits begonnen worden war, bewilligte der amerikanische Kongreß in der zweiten Hälfte 1993 keine weiteren Mittel mehr, so daß das SSC-Projekt gestorben ist. Die Hoffnungen der Teilchenphysiker richten sich seitdem auf den LHC (Large Hadron Collider) am CERN, für den es im Dezember 1994

³⁹Ausführliche Darstellung in: Griffiths, D. (1996), S.357; bzw. S.375 Aufgabe 10.17; vgl. noch G.Arnison et al., *Phys. Lett.* **122B**, 103 (1983) und **126D**, 398 (1983). Eine Übersicht über die Entdeckungen findet sich in: E. Radermacher: *Prog. Part. Nucl. Phys.* **14**, 231 (1985).

grünes Licht gab. Der LHC, der im selben, über 27 km laufenden Tunnel wie auch der LEP-Speicherring untergebracht werden wird, soll im Jahre 2004 seinen Betrieb aufnehmen, um dann mit zwei Protonenstrahlen von maximal jeweils 7 TeV in einen neuen Energiebereich vorzustoßen.⁴⁰

Es mag sogar viele Higgs-Teilchen geben, oder es mag eine zusammengesetzte Struktur sein: Die wichtige Sache ist, daß man *im Prinzip* einen Weg gefunden hat, den Eichfeldern Masse zukommen zu lassen.⁴¹ Es scheint vernünftig zu sein anzunehmen, daß alle fundamentalen Wechselwirkungen (schwache, starke oder elektromagnetische) durch lokale Eichtheorien beschrieben werden können. Im Standardmodell ist das Higgs-Teilchen ebenfalls für die Massen der Quarks und Leptonen verantwortlich; man nimmt sie - separat betrachtet - als masselos an, vermutet aber, daß sie Yukawa-Kopplungen an die Higgs-Teilchen besitzen. Wenn letztere durch spontane Symmetriebrechung 'verschoben' werden, spaltet die Yukawa-Kopplung in zwei Teile auf, von denen der eine eine echte Wechselwirkung und der andere ein *Massenterm* für das Feld ist. "Das ist eine schöne *Idee*, aber sie hilft uns nicht, die Fermionmassen zu *berechnen*, da die Yukawa-Kopplungskonstanten ihrerseits unbekannt sind. Erst wenn (*falls* überhaupt) das Higgs-Teilchen tatsächlich *gefunden* ist, wird es möglich sein, all das empirisch zu bestätigen." (Griffiths, D. (1996), S.405 dritte Fußnote).

⁴⁰Vgl. Griffiths, D. (1996), S.405, Fußnote des Übersetzers.

⁴¹Vgl. Die Ideen von W.Heisenberg in 4.2