

System von Orgelpfeifen mit unendlich kleinen Abstufungen der Tonhöhe.

Ein solches System von Oscillatoren denken wir uns neben das Atom gestellt. Wenn das Atom strahlt, ist es mit diesem System von Oscillatoren gekoppelt und überträgt Energie auf dasselbe. Das Atom strahlt zwar nicht in seinen stationären Bahnen; bei einem Wechsel der Bahnen, wenn das Elektron aus einer kernferneren in eine kernnähere Bahn übergeht, wird dagegen Energie frei. Die Schärfe der Spektrallinien weist darauf hin daß diese Energie sich in monochromatische Schwingungsenergie umsetzt (erste Hilfsannahme), daß sie also nur einen bestimmten Ätheroscillator unseres Systems erregt. Welcher Oscillator wird dieses sein? Darauf antwortet die Quantenbedingung des Oscillators: Derjenige Oscillator wird ansprechen, für den die vom Atom zur Verfügung gestellte Energie gleich einem ganzzahligen Vielfachen seines Energieelementes ist. Indem wir dieses Vielfache gleich 1 nehmen (zweite Hilfsannahme), haben wir das Energieelement  $h\nu$  unseres Ätheroscillators gleichzusetzen der vom Atom freigegebenen Energie.“ (Sommerfeld, A. (1922), S. 265-266).

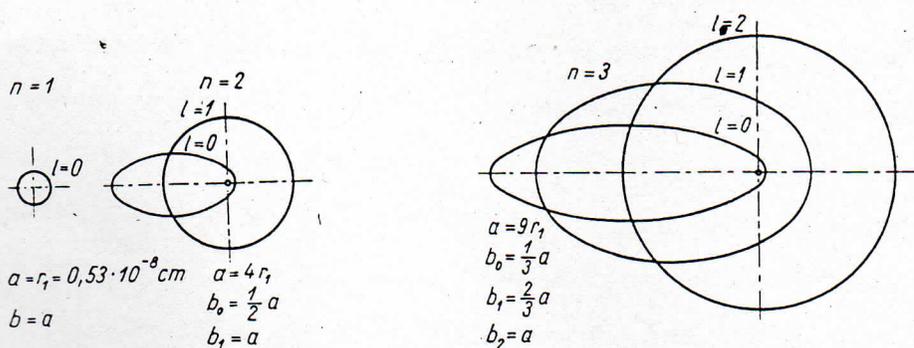
Die so entwickelte Theorie würde dann auf das Wasserstoffatom angewendet. Die Ergebnisse wurden in Form von Keplerschen Gesetzen angegeben:

*Erstes Keplersches Gesetz:* Der Planet (Elektron) und die Sonne (Kern) bewegen sich je auf einer Ellipse, in dessen Brennpunkt der gemeinsame Schwerpunkt steht. Es gibt eine diskrete unendliche Anzahl von Bahnellipsen. (Vgl. Sommerfeld, A. (1922), S.261, 269, 286). “Es handelt sich vor allem darum, aus der Mannigfaltigkeit aller mechanisch möglichen die quantenmechanisch möglichen Ellipsen herauszuheben. Die Bewegung in der Ellipse stellt das Problem von zwei *Freiheitsgraden* dar, indem die Lage des Elektrons durch zwei Koordinaten, am einfachsten durch die vom Brennpunkt aus gemessenen Polarkoordinaten, Azimut  $\phi$  und Radiusvektor  $r$ , bestimmt wird.” (Sommerfeld, A. (1922), S. 286) Die zwei Quantenbedingungen sind durch zwei Quantenzahlen  $n$  und  $n'$  angegeben. Die sogenannte numerische Exzentrizität  $\varepsilon$  (und damit die “Form” der Ellipse) ist durch die beiden ganzen Quantenzahlen  $n$  und  $n'$  bestimmt:

$$1 - \varepsilon^2 = (n/(n+n'))^2 ;$$

in Sommerfeldscher Formulierung: “Aus der kontinuierlichen Mannigfaltigkeit aller möglichen Ellipsen wird eine Schar gequantelter Ellipsen herausgehoben, gegeben durch die beiden

positiven ganzen Zahlen  $n$  und  $n'$ ." (Sommerfeld, A. (1922), S.289-290). Danach rechnet Sommerfeld neben den Bahnparametern auch die Energiewerte aus und stellt er fest: "Wir haben für die Energie der Ellipsenbahnen denselben Wert wie (...) für Kreisbahnen gefunden, mit dem einzigen Unterschied, daß die frühere Quantenzahl  $n$  ersetzt ist durch die Quantensumme  $n+n'$ . Von den gequantelten Ellipsen unserer Schar ist jede energetisch äquivalent einem bestimmten Bohrschen Kreise." (Sommerfeld, A. (1922), S. 291) Was ist dann der Grund, daß man statt Kreisbahnen auch Ellipsenbahnen erlaubt. Sommerfeld erwähnt einerseits den Stark- und Zeemaneffekt: "Es ist klar, daß die Störung die eine Ellipse anders erfassen wird, als die andere." (Vgl. Sommerfeld, A. (1922), S.291-292). Andererseits benennt er einen möglichen Zusammenhang mit den Raumzeitverhältnissen: "Die schönste und lehrreichste Sichtbarmachung der verschiedenen Bahnellipsen, die zur gleichen Balmerlinie gehören, liefert aber ohne unser Zutun die Natur selbst durch die feinere Struktur der Raumzeitverhältnisse, welche sich in der Feinstruktur der Spektrallinien widerspiegeln." (Sommerfeld (1922), S.292). Dieser Bemerkung folgend entwickelte er seine Feinstrukturtheorie, die wir im nächsten Abschnitt darlegen werden. Ein viertes Motiv spricht ebenfalls für die Einführung der Ellipsenbahnen: Die beim Wasserstoff zusammenfallenden Linien können auch durch ein inneres Atomfeld getrennt werden. Ein solches inneres Atomfeld tritt normalerweise nicht beim Wasserstoff oder bei wasserstoffähnlichen Atomen (ein Elektron + Kern) auf. In der späteren Literatur findet man statt  $n$  und  $n'$  als "Hauptquantenzahl"  $n$  (legt die Energia fest) und die "Nebenquantenzahl"  $l$  (entspricht dem  $n'$ ). Berücksichtigt man die Quantenbedingungen, so sehen die zu verschiedenen Quantenzahlen gehörenden Ellipsenbahnen wie folgt aus:



(Vgl. Simonyi, K. (1990), S.439)

Diese Erweiterung der Quantenbedingungen behagte Bohr gar nicht. "Herr Bohr leugnet dementsprechend von seinem grundsätzlichen Standpunkte aus, daß zur Behandlung des nichtrelativistischen Keplerproblems beide Quantenbedingungen erforderlich sind. Wir müssen diesen Standpunkt natürlich als unanfechtbar zugeben, können uns andererseits aber wieder darauf berufen, daß vom physikalischen Standpunkte aus betrachtet unser Problem nur als Grenzfall des nichtentarteten relativistischen Problems anzusehen ist, in dem beide Quantenbedingungen, die azimutale und die radiale, zur vollen Geltung kommen." (Sommerfeld, A. (1922), S. 297).

Der Vollständigkeit halber zitieren wir noch die zwei anderen Kepler-Gesetze in Sommerfeldscher Formulierung:

*"Zweites Keplersches Gesetz: Der Radiusvektor von der Sonne nach dem Planeten beschreibt in gleichen Zeiten gleiche Flächen.* Die Flächenkonstante des  $n$ ten Bahnkreises (proportional unserem Impulsmomente  $p$ ) wird durch das  $n$ fache des Planckschen Wirkungsquantum  $h$  gegeben.

*Drittes Keplersches Gesetz: Die Quadrate der Umlaufzeiten verhalten sich wie die Kuben der Bahnradien.* ... ist nämlich die Umlaufzeit proportional  $n^3$ , der Bahnradius proportional  $n^2$ ." (Sommerfeld, A. (1922), S.261) Die Erweiterung auf Ellipsenbahnen gilt entsprechend. (Vgl. Sommerfeld (1922), S. 263, 286ff).

Sommerfeld hat auch an die Möglichkeit zur räumlichen Quantelung gedacht. Diese allgemeinere Quantelung liegt nur dann vor, wenn eine bevorzugte Richtung gegeben ist. "Eine solche Vorzugsrichtung kann entweder gegeben werden durch ein äußeres Kraftfeld oder durch ein inneres Atomfeld." (Sommerfeld, A. (1922), S.297). Dementsprechend wird zur Beschreibung des Zustandes eines Elektrons im Atom noch eine weitere Quantenzahl, die magnetische Quantenzahl  $m$ , benötigt. (Durch die Quantenbedingungen werden andere Quantenzahlen eingeführt, aber es gibt einen eindeutigen, festen Zusammenhang mit diesen "modernen" Quantenzahlen). Die Quantenzahl  $m$  gibt uns Auskunft über die Energie des Elektrons im äußeren Magnetfeld.

Es fällt schwer nachzuvollziehen, daß die weitere Ergänzung dieses anschaulichen Modells durch die Vorstellung einer Eigenrotation des Elektrons, die mit einem Eigendrehimpuls (Spin) und einem magnetischen Moment verbunden ist, erst dann angegeben wurde (Goudsmit, S. und Uhlenbeck, G.E. - 1925<sup>9</sup>), als die Grundkonzeptionen der Bohr-Sommerfeld-Theorie bereits fragwürdig geworden waren. Mit dieser Ergänzung kann auf viele offene Probleme eine Antwort gefunden werden. Im gleichen Jahr (1925), noch vor Einführung des Elektronenspins, hat W. Pauli (Schüler von Sommerfeld!) das Ausschließungsprinzip (Pauliprinzip<sup>10</sup>) formuliert, mit dem erst eine Deutung des Periodensystems der Elemente möglich geworden ist. Der Zustand des Elektrons im Atom wird also durch vier Zahlen charakterisiert: die Hauptquantenzahl  $n$  (eine beliebige positive ganze Zahl;  $n = 1, 2, 3, \dots$ ), die Nebenquantenzahl  $l$  (eine beliebige positive ganze Zahl kleiner als die Hauptquantenzahl;  $l = 1, 2, \dots, n-1$ ), die magnetische Quantenzahl  $m$  (eine beliebige ganze Zahl zwischen  $-l$  und  $+l$ ) und schließlich die Spinquantenzahl  $s$  (mit den Werten  $+1/2$  und  $-1/2$ ). Im Gleichgewichtszustand nehmen die Elektronen die energetisch am tiefsten liegenden Energieniveaus ein, wobei das Pauli-Prinzip erfüllt sein muß. Dieses Prinzip besagt: Innerhalb eines Systems können sich zwei beliebig ausgewählte Elektronen nicht in demselben Quantenzustand befinden, d. h., die die Quantenzustände charakterisierenden vier Quantenzahlen  $n, l, m, s$ , können nicht bei beiden Elektronen identisch sein.

Im Verlauf der historischen Entwicklung zeigte sich, daß der halbklassischen Bohr-Sommerfeld Quantenmechanik insbesondere drei gravierenden Mängel anhaften:

- a) Sie liefert keine Nullpunktsenergie beim linearen harmonischen Oszillator;
- b) Das Impulsmoment (Drehimpuls) kann nicht korrekt berechnet werden.
- c) Sie ist nicht in der Lage, die mit dem Spin des Elektrons bzw. Atomkerns verbundenen Effekte, wie Feinstruktur bzw. Hyperfeinstruktur der Spektrallinien, zu erfassen. (Vgl. Nagy, K. (1981), S.53, Schmutzer (1989), S. 1133-1134).

---

<sup>9</sup>Opmerking over de Spectra van Waterstof en Helium, in: *Physica*, **5**, 266-270 (erschieden in der Ausgabe Nr. 8/9, August/September 1925).

<sup>10</sup>Über den Zusammenhang des Abschlusses der Elektronengruppen im Atom mit der Komplexstruktur der Spektren, in: *Zeitschrift für Physik*, **31**, S.765-783 (in der Ausgabe Nr. 10 vom 21. März 1925).

---

Trotz dieser offensichtlichen Schwierigkeiten, die erst von der vollständig mathematisierten Quantenmechanik beseitigt worden sind, hat sich die Theorie mit bestimmten Zusatzannahmen wegen ihrer Anschaulichkeit für viele praktischen Probleme bewährt. Die Mitte der zwanziger Jahren entwickelte Quantentheorie braucht zwar keine ad hoc getroffenen mathematischen Annahmen, aber das Problem ihrer Interpretation wurde bis heute nicht eindeutig gelöst. Was die Anwendungen betrifft, ist es in vielen Fällen einfacher mit den ad hoc Zusatzannahmen der Bohr-Sommerfeld-Theorie zu rechnen, als mit der Störungstheorie der sonst viel korrekteren Matrizen-Mechanik (Schrödinger- oder Dirac-Gleichung).

Bemerkenswerterweise basieren die moderneren Theorien (in erster Linie die Quantenelektrodynamik) grundsätzlich auf die Theorie der Feinstruktur, die zunächst vom Sommerfeld formuliert wurde. Im nächsten Abschnitt skizzieren wir seine diesbezüglichen Überlegungen.

### 7.1.3. Theorie der Feinstruktur im Rahmen der Bohr-Sommerfeld-Quantentheorie

Im Vorwort zur dritten Auflage seines Buches "Atombau und Spektrallinie" schreibt Sommerfeld: "Die Feinstrukturtheorie und ihre relativistische Begründung (...) ist jetzt als Krönung des Ganzen an den Schluß des Buches gestellt worden." (Sommerfeld, A. (1922), S.VII) Diese Ankündigung zeigt, daß Sommerfeld selbst diesen Teil seiner Arbeit für besonders wichtig gehalten hat. Die Grundannahme kann wie folgt formuliert werden: "Sommerfeld had based his theory of fine structure (...) On the assumption that the doublets observed in the spectrum of hydrogen arose from the finitely different, discrete eccentricities of our quantized ellipses"<sup>11</sup> The calculation of this effect was straight-forward." (Mehra, J. und Rechenberg, H.

---

<sup>11</sup>Die Feinstruktur der Wasserstoff- und der Wasserstoff-ähnlichen Linien, *Sitz.ber.Bayer.Akad. Wiss. (München)*, S. 459-500, bes. S. 461 (vorgetragen auf der Sitzung am 8.Januar 1916).

(1982), S.220) Nachdem die klassische Keplerbewegung als Analogie von Anfang an in Betracht gezogen wurde, ist es naheliegend, daß von Sommerfeld die relativistische Keplerbewegung berücksichtigt werden mußte.

Unter Bezug auf die relativistische Kinematik, leitete Sommerfeld für die Exzentrizität der Ellipsenbahn folgenden Zusammenhang her:

$$1 - \varepsilon^2 = (n\gamma / (n\gamma + n'))^2$$

In dieser Formel sind  $n, n'$  Quantenzahlen,  $\gamma$  "hat die Bedeutung

$$\gamma^2 = 1 - (p_0/p)^2.$$

$p$  ist (...) Die Flächenkonstante der Bewegung, das heißt das Moment der Bewegungsgröße des Elektrons um den Kern;  $p_0$  bedeutet die Abkürzung  $p_0 = (eE)/c$  und ist von derselben Dimension wie  $p$ ." (Sommerfeld, A. (1922), S.571).

Sein Kommentar zu der Formel der Exzentrizität: "Während aber früher gegen die Verwendung der radialen Quantenbedingung gewisse grundsätzliche Einwände erhoben werden konnten (vgl. Bohr - Bemerkung des Autors), ist jetzt die radiale Quantelung einwandfrei. Das relativistische Problem ist kein entartetes und die Koordinaten  $r, f$  sind durch die Natur des Problems eindeutig bestimmt. Indem wir das frühere Problem als Grenzfall des relativistischen auffaßten, rechtfertigten wir unser Vorgehen auch für jenes. Durch unsere azimutale und radiale Quantenbedingung ist Größe und Form der Bahn quantenmäßig festgelegt. Aus der kontinuierlichen Mannigfaltigkeit aller möglichen Bahnen wird somit eine diskrete Schar gequantelter Bahnen herausgehoben." (Sommerfeld, A. (1922), S. 574).

Sommerfeld definiert eine Konstante, die später seinen Namen trägt:

$$\alpha := 2\pi e^2 / (hc).$$

"Ihre Bedeutung war die Umlaufgeschwindigkeit des Wasserstoffelektrons im ersten Bohrschen Kreise, geteilt durch  $c$ ." (Sommerfeld, A. (1922), S.574, vgl. S.261). Mittels  $\alpha$  formt er den Exzentrizitätszusammenhang um. Die dynamische Bedingung (Coulomb-Kraft) und die Quantenbedingung (für eine Kreisbahn) ergeben für das Verhältnis Geschwindigkeit des Elektrons zu Lichtgeschwindigkeit:

$$b = (aE)/(ne) \quad (E: \text{Ladung des Kernes, } e: \text{Elementarladung})$$

Für die Gesamtenergie führten seine Berechnungen zu dem folgenden Ergebnis:

$$1 + W/(m_0c^2) = \left\{ 1 + (\alpha E/e)^2 [n^2 + (n^2 - (\alpha E/e)^2)^{1/2}]^2 \right\}^{-1/2}$$

Die Schlußfolgerungen von Sommerfeld lauten: "Daraus folgt, daß die früher zusammenfallenden Linien gleicher Quantensummen relativistisch getrennt werden. Diese Trennung beruht auf dem Korrektionsgliede, welches mit dem kleinen Faktor  $\alpha^2 = 5,3 \cdot 10^{-5}$  behaftet ist. Deshalb ist die Trennung nur eine geringfügige und nur mit den feinsten Mitteln der Spektroskopie nachweisbar. Die früher als zusammenfallend geschilderten Linien sind in ein enges Liniengebilde aufgespalten. Die Einzellinien desselben, seine Komponenten, bestimmen durch ihre Abstände und Intensitäten die Feinstruktur des Liniengebildes. Wenn wir die Feinstruktur, z.B. der Wasserstofflinien, spektroskopisch erkannt haben, so haben wir damit ein augenfälliges Anzeichen nicht nur für das tatsächliche Vorkommen der Ellipsenbahnen, sondern auch für die Veränderlichkeit der Elektronenmasse. (...) Während in den Kreisbahnen die Geschwindigkeit und daher auch die Elektronenmasse konstant bleibt, wechselt sie stark bei den Ellipsenbahnen, zumal den Ellipsenbahnen großer Exzentrizität. Die Geschwindigkeit ist im Aphel klein und steigt mit der Annäherung an das Perihel. Wenn das Elektron auf einer solchen Bahn in nächster Nähe des Kernes vorbeisaustr, dem starken Kraftfelde in der Kernnähe ausgesetzt, so steigt mit der Geschwindigkeit auch seine Masse an. Man versteht daher, daß seine Energie von derjenigen der Kreisbahn verschieden ausfallen kann, um so verschiedener, je exzentrischer die Ellipse ist, und daß sich für die den verschiedenen Bahnen entsprechenden Linienkomponenten eine etwas verschiedene Lage im Spektrum ergeben muß. Mit der Massenveränderlichkeit hängt auch die Perihelbewegung der Ellipse zusammen. (...) *Die Beobachtung der Feinstrukturen enthüllt uns also den ganzen Mechanismus der inner-atomaren Bewegungen bis hin zu der Perihelbewegung der Ellipsenbahnen. Was für die allgemeine Relativitätstheorie die Perihelbewegung des Merkur bedeutet, das bedeutet für die spezielle Relativitätstheorie und für die Atomstruktur der Tatsachenkomplex der Feinstrukturen.*" (Sommerfeld, A. (1922), S. 578-179)

Die Feinstruktur-Theorie von Sommerfeld liefert zwar nicht die richtige Feinstruktur, trotzdem hat sie korrekt festgestellt, daß sich die Bohrschen Energieniveaus proportional zu  $\alpha^2$  aufspalten. Die mathematisch richtige Behandlung des Problems gelang erst durch die Dirac-

Gleichung.<sup>12</sup> Die Bedeutung und die Interpretation der Feinstrukturkonstante  $\alpha$  ist bis heute nicht restlos gelöst, obwohl sie eine wichtige Rolle in der heute als gültig angenommenen Quantenelektrodynamik spielt. Sommerfeld selber hat seine diesbezüglichen Gedanken so formuliert: "In unserer Theorie der Feinstruktur fließen drei Hauptströme der modernen theoretisch-physikalischen Forschung zusammen: die Elektronentheorie, die Quantentheorie und die Relativitätstheorie. Dies zeigt sich in besonders sinnfälliger Weise in dem Aufbau unserer Feinstrukturkonstanten:  $\alpha = 2\pi e^2/(hc)$ . Hier ist  $e$  der Repräsentant der Elektronentheorie,  $h$  der berufene Vertreter der Quantentheorie,  $c$  kommt aus der Relativitätstheorie her und charakterisiert diese geradezu gegenüber der klassischen Theorie. Wollen wir auch den Zahlenfaktor  $2\pi$  in unserer Formel symbolisch ausdeuten, so mögen wir durch ihn an eine vierte Quelle erinnert werden, durch die wir unsere Entwicklungen dauernd gespeist haben: die ausgiebige, zur Entwirrung der Feinstrukturen unentbehrliche Anwendung der mathematischen Analyse." (Sommerfeld, A. (1922), S.640).

Die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante, bzw. die Spekulationen darüber werden uns noch beschäftigen. Die Bedeutung und Wichtigkeit der Arbeit von Sommerfeld möchten wir hier durch ein Zitat und durch Erwähnung einer Tatsache würdigen. Die Tatsache: sein Hauptwerk ("Atombau und Spektrallinien") erschien auch noch im Jahre 1978<sup>13</sup>. Das Zitat: "Heisenberg hat etw. leicht in einer Weise, die man dann interpretieren muß, mir gelegentlich gesagt: 'Von Sommerfeld habe ich den Optimismus gelernt, von den Göttingern, Born und den Mathematikern

---

<sup>12</sup>In der Entwicklung der Quantenmechanik waren folgende Arbeiten von Dirac maßgebend: *The fundamental equation of quantummechanics*. Proc.Roy.Soc.(A) 109 (642-653) 1925 (eingereicht am 7.11.1925); *Quantummechanics and a preliminary investigation of the hydrogen atom*. Proc.Roy.Soc. (A) 110 (561-579) 1926 (eingereicht am 22.1.1926, hier wird das Spektrum des Wasserstoffatoms erörtert); das gleiche Problem (ergänzt mit dem Stark-Effekt, bzw. Perturbation durch gekreuzte elektrische und magnetische Felder) erörterte W.Pauli in seinem Aufsatz *Über das Wasserstoffspektrum vom Standpunkt der neuen Quantenmechanik*, Zeitschrift für Physik 36 (336-363) 1926. (Abgeschlossen im Oktober 1925). Die eigentliche Ableitung der relativistisch-invarianten "Dirac-Gleichung" findet man im Aufsatz P.A.Dirac: *The Quantum Theory of the Electron*. Proc.Roy.Soc. 117,118, 1928 (hier findet man auch die Zustände mit negativer Energie, die wir später behandeln!).

<sup>13</sup>Sommerfeld, A.: *Atombau und Spektrallinien (2 Bände)* - Thun und Frankfurt/Main: verlag Harri Deutsch 1978.

---

dort, die Mathematik und von Bohr die Physik.' (...) Von Sommerfeld hat er gelernt den großen Impuls, hinzugehen mit Schwung und Überzeugung in die Fragen, und außerdem, was im Wort Optimismus noch nicht richtig ausgedrückt ist, die Fähigkeit, konkrete Probleme konkret zu lösen, so daß mathematisch zum Schluß eine geschlossene Formel dasteht. Dieses war nicht Bohrs Stärke, dieses war Sommerfelds Stärke. Bohr hat das Modell des Atoms entworfen, er hat das Wasserstoffspektrum zuerst korrekt begründet, wobei ein bißchen Glück im Spiel war, denn auf kein anderes Atom hätte Bohrs Methode, so wie sie damals hatte, gepaßt, und dann hat Sommerfeld gezeigt, daß man diese Theorie ausbauen kann, daß man nicht nur Kreisbahnen einführen muß, daß man auch Ellipsenbahnen einführen muß, er hat als erster damit dann den Weg gebahnt zu einer Beschreibung gemäß der speziellen Relativitätstheorie, er hat damit die sogenannte Feinstruktur des Wasserstoffspektrums zum erstenmal einer Erklärung zugänglich gemacht, und noch heute nennt man die charakteristische Konstante, eine reine Zahl, die dabei eingeht, die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante:  $hc/(2\pi e^2)$ . Das ist 137, und ich gestehe, daß ich heute noch, wenn ich irgend kann, in einer Garderobe meinen Mantel am Haken Nr. 137 hänge. Das ist eine der wichtigsten Feststellungen, die Sommerfeld in der Physik getroffen hat; bis heute ist nicht wirklich erklärt, warum diese Zahl gerade den Wert 137 hat, das ist noch ein offenes Problem." (Weizsäcker, C.F. von (1992), S. 791<sup>14</sup>)

---

<sup>14</sup>Der hier abgedruckte Text war ursprünglich eine Rede zur Eröffnung der Sommerfeld-Ausstellung im Deutschen Museum in München, 5. Dezember 1984.

## 7.2 Spekulationen über die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante

Ohne Details werden spekulative Werte für  $\alpha$  im folgenden angeführt. Dabei wird eine Arbeit von G. Bierhalter (G.Bierhalter (1995)) benutzt:

### 1. Eddington + heuristische Annahmen

$$\alpha := \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{4 \cdot \pi}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot (e^{2 \cdot \pi} - 1)^{-1}$$

$$\alpha^{-1} = 137.1273018496439$$

### 2. Dirac

$$\alpha := \left( \frac{3}{2} \cdot \ln(10^{40}) \right)^{-1}$$

$$\alpha^{-1} = 138.1551055796427$$

### 3. Flier

$$\alpha := \pi^2 \cdot \left( 1 - \frac{1}{e} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{1836}$$

$$\alpha^{-1} = 137.0165017389202$$

## 4. Lande

$$\beta := 0.02985037 \quad \lambda := \sqrt{2 \cdot \pi \cdot \frac{8}{3}} \quad \lambda = 4.093306831785954$$

$$\alpha := \frac{\beta}{\lambda}$$

$$\left(\alpha^{-1}\right) = 137.1275073570597$$

## 5. Born (Reziprozitätstheorie)

$$\lambda := 0.846$$

$$\alpha := \left( \sqrt{\frac{16}{3} \cdot \sqrt{\pi \cdot \lambda^3 \cdot 1836}} \right)^{-1}$$

$$\alpha^{-1} = 102.5129461776065$$

$$\lambda := 1.026$$

$$\alpha := \left( \sqrt{\frac{16}{3} \cdot \sqrt{\pi \cdot \lambda^3 \cdot 1836}} \right)^{-1}$$

$$\alpha^{-1} = 136.9128502652583$$

$$\lambda := 1$$

$$\alpha := \left( \sqrt{\frac{16}{3} \cdot \sqrt{\pi \cdot \lambda^3 \cdot 1836}} \right)^{-1}$$

$$\alpha^{-1} = 131.7416718736589$$

## 6. Eddington

$$n = 4$$

$$\alpha := \left[ \frac{1}{2} \cdot n^2 \cdot (n^2 + 1) \right]^{-1}$$

$$\alpha^{-1} = 136$$

## 7. Good-Wyler

$$\alpha := \frac{9}{8 \cdot \pi^4} \cdot \left[ \frac{\pi^5}{2^4 \cdot \prod_{i=1}^5 i} \right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\alpha^{-1} = 137.0360824481643$$

## 8. Szostak

$$\delta = 4.669 \quad \alpha = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \delta^2} \quad \alpha^{-1} = 136.9706813781651$$

---

Abschließend zitieren wir einen Vortrag, der "Rationales und Irrationales im Leben Wolfgang Paulis" gewidmet war<sup>1</sup>:

"Die Atomistik der elektrischen Ladung (...) hatte für Pauli nicht nur eine rationale physikalische, sondern auch eine irrationale magisch-symbolische Bedeutung in der Form von Sommerfelds Feinstrukturkonstanten  $\alpha=1/137$ . Immer wieder wies er darauf hin, dass die Erklärung dieses numerischen Wertes der eigentliche Prüfstein einer Feldtheorie sei. (...) Seinen Lehrer Arnold Sommerfeld, nach dem diese Zahl  $\alpha$  benannt ist, verehrte Pauli sehr. Zu dessen 80. Geburtstag (5. Dezember 1948) schrieb er: 'Dieser über viele Länder diesseits und jenseits des Atlantik verbreitete Schülerkreis, zu dem auch ich mich dankbar zählen darf, sorgt dafür, dass die geistige Tradition, die Sommerfeld uns vermittelt hat, an die akademische Jugend und damit auf Sommerfelds Lehrer Felix Klein und damit auch auf Riemann zurück.' Riemann aber hat mit seiner zeta-Funktion die tiefeschürfendste Analyse der Verteilung der Primzahlen geleistet, und 137 ist die 33. Primzahl. Sommerfeld war es auch, der Keplers Ellipsen im Atom wieder aufleben liess und der das Rydbergsche Gesetz der Periodenlängen im System der chemischen Elemente, welches durch Paulis Ausschliessungsprinzip die Erklärung fand, 'kabbalistisch' bezeichnet hatte. Kabbala, die doktrinäre jüdische Tradition, aber entspricht in Hebräisch von rechts nach links und ohne Vokale geschrieben HLBO. Da ferner jedem hebräischen Buchstaben eine Zahl zugeordnet ist und speziell Q=100, B=2, L=30, H=5 bedeutet, hat Kabbala wiederum den Wert 137. Als ich Pauli nach seiner plötzlichen Erkrankung am 8. Dezember 1958 im Rotkreuzhospital in Zürich besuchte, fragte er mich sichtlich beunruhigt: 'Haben Sie die Zimmernummer gesehen?' (Ich hatte sie nicht beachtet) '137!'. Dort starb er am 15. Dezember 1958."

---

<sup>1</sup>Atmanspacher, H. et alii (1995) S. 21-32, Zitat S.31-32

## 8. Literatur

Atmanspacher, H. et alii (1995): *Der Pauli-Jung-Dialog und seine Bedeutung für die moderne Wissenschaft* (Herausgegeben H. Atmanspacher, H. Primas, E. Wertenschlag-Birkhäuser, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1995

Berger, C. (1992): *Teilchenphysik*. Springer-Verlag, Heidelberg, 1992

Bethe, H.A. (1988): *Richard P. Feynman*. In: Nature 332/1988, S.588

Bierhalter, G. (1994): *Ist die Sommerfeldsche Feinstruktur-"Konstante" eine statistische Relation?*, in: B.Kanitschneider, L.Krüger, C.U.Moulines, E.Scheibe (Hrsg.): Philosophie Naturalis, Jahrgang 31, Vittorio Klostermann, Frankfurt am Main, S.132-149

Bohr, N. (1912-1927): *Collected Papers*, Volume 2, Work on Atomic Physics (1912-1917), edited by Ulrich Hoyer, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1981, in erster Linie: die Introduction zu Part II (S.103-135), bzw. die sogenannte Trilogy (S.159-241)

Bohr, N. (1964): *Das Bohrsche Atommodell*, Dokumente der Naturwissenschaft, Abteilung Physik, Band 5, Ernst Battenberg Verlag, Stuttgart, 1964

Brown, L.M. (1978): *The idea of the neutrino*, in: Physics Today, September, 1978, S.23-28

Brown, L.M. (1981): *Yukawa's prediction of the meson*, In: Centaurus 25/1981, S.71-132

Brown, L.M. und L.Hoddeson, Hrsg. (1983): *The Birth of Particle Physics*, Cambridge 1983

Brown, L.M. Hrsg. (1993): *Renormalization*, New York 1993

Brown, L.M. und M.Dresden und L.Hoddeson und M.West (1989): *Pions to quarks, Particle physics in the 1950s*, New York, Cambridge University Press, 1989

Cassidy, D.C. (1992): *Werner Heisenberg; Leben und Werk*, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg-Berlin-Oxford, 1992

Closes, F.E. (1983): *The Cosmic Onion*, London, Heinemann Educationak Books, 1983

Cohen, E.R. and Taylor, B.N. (1987): *The 1986 adjustment of the fundamentalk physical constants*, in: Reviews of Modern Physics, Vol. 59, No.4, October 1987, 1121-1148

Cohen, E.R. and Taylor, B.N. (1995): *The Fundamental Physical Constants*, in: Phys.Today, August 1995, Part 2, BG9

Commins, E.D. and Bucksbaum, P.H. (1983): *Weak Interactions of Leptons and Quarks*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1983

Derdzinski, A. (1992): *Geometry of the Standard Model of Elementary Particles*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, New York, 1992

Farnham, D.L., Van Dyck, R.S., and Schwinberg, P.B. (1995): *Determination of the Electron's Atomic Mass and the Proton/Electron Mass Ratio via Penning Trap Mass Spectroscopy*, In: Physical Review Letters, 13.November 1995, 3598-3601

Feynman, R.(1985): *QED, The Strange Theory of Light and Matter*, Princeton, New Jersey, Princeton University Press, 1985

Gell-Mann, M (1987): *Particle Theory from S-Matrix to Quarks*, in: Doncel, M.G.u.a. (Hrsg.): *Symmetrie in Physics (1600/1980)*, Barcelona 1987, S.474-497

Gerthsen, K. und Vogel, H. (1995): *Physik*, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York

Gribbin, J. (1996): *Companion to the Cosmos*, Weidenfeld and Nicolson, London, 1996

- 
- Griffiths, D. (1996): *Einführung in die Elementarteilchenphysik*, Akademie Verlag, Berlin, 1996
- Heilbron, J.L. und Kuhn, T. (1969): *The Genesis of the Bohr Atom*, Historical Studies in the Physical Sciences, Vol.1, Philadelphia 1969
- Heisenberg, W. (1959): *Grundlegende Voraussetzungen in der Physik der Elementarteilchen*, in: Martin Heidegger zum siebenzigsten Geburtstag 26.IX.59. Eine Festschrift, Pfullingen: Neske, 1959, S.291-297, neu gedruckt: in: *Gesammelte Werke - Collected Works*, Abteilung C, Band II, S.249-262.
- Heisenberg, W. (1976): *Was ist ein Elementarteilchen?*, in: *Die Naturwissenschaften* 63, 1-7, neu gedruckt: in: *Gesammelte Werke - Collected Works*, Abteilung C, Band III, S.507-513.
- Hermann, A. (1964). *Die Entwicklung der Atomtheorie bis Niels Bohr*, in: Bohr, N. (1964), S. 7-31.
- Hilscher, H. (1996): *Elementare Teilchenphysik*, Friedr. and Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1996
- Hoyer, U.(1974): *Die Geschichte der Bohrschen Atomtheorie*, Physik Verlag, Weinheim/Bergstr., 1974
- Jammer, M. (1966): *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, McGraw-Hill, New York, 1966.
- Jammer, M (1974): *The philosophy of Quantum Mechanics, The Interpretations of Quantum Mechanics in Historical Perspective*, John Wiley and Sons, New York-London- Sydney-Toronto, 1974.
- Kanitschneider (1991): *Gibt es einen absoluten Nullpunkt der Zeit?*, in: *Praxis der Naturwissenschaften - Physik* 4/40 (1991), S.19-24
- Keller, A. (1983): *The Infancy of Atomic Physics*, Oxford, Oxford University Press, 1983
- Langacker, P. (1995): *Precision Tests of the Standard Electroweak Model*, ed. P.Langacker, World, Singapore, 1995
- Langacker, P. And Polonsky (1995a): In: *Phs. Rev.* D52, 3081-
- Meyer-Abich, K.M.(1965): *Korrespondenz, Individualität und Komplementarität*, Wiesbaden, 1965
- Meÿenn, K. von (1997): *Die großen Physiker*, C.H.Beck, München, 1997.
- Mehra, J. und Rechenberg, H. (1982): *The Historical Development of Quantum Theory*, Volume 1, Part 1: *The Quantum Theory of Planck, Einstein, Bohr and Sommerfeld: Its Foundation and the Rise of Its Difficulties, 1900-1925*, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1982
- Nagy, K. (1981): *Kvantummechanika*, Zweite, verbesserte Auflage, Tankönyvkiadó, Budapest, 1981
- Pais, A. (1986): *Inward Bound*, Oxford, Clarendon Press, 1986
- Pickering, A. (1984): *Constructing quarks*, 1984

- Röseberg, U. (1997): *Niels Bohr (1885-1961)*, in: K.von Meyenn (Hrsg.): *Die grossen Physiker*, Verlag C.H.Beck, München, II. Band, 1997, S.276-282, Literaturhinweise: S.482-483
- Schmutzer, E. (1989): *Grundlagen der Theoretischen Physik, Mit einem Grungriss der Mathematik für Physiker*, BI-Wiss.-Verl. Teil 2, Mannheim-Wien-Zürich, 1989
- Schweber, S.S. (1994): *QED and the Men Who Made It*. Princeton 1994
- Simonyi, K. (1990): *Kulturgeschichte der Physik*, Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main, Akadémiai Kiadó 1990
- Spangenburg, R. und Moser, K.D. (1995): *Niels Bohr: Gentle Genius of Denmark*, Facts On File, New York, 1995
- Sommerfeld, A. (1922): *Atombau und Spektrallinien*, Dritte umgearbeitete Auflage, Friedr. Vieweg u. Sohn AG, Braunschweig 1922
- Straub, D. (1990): *Eine Geschichte des Gasperlenspiels, Irreversibilität in der Physik: Irritationen und Folgen*, Birkhäuser Verlag, Basel-Boston-Berlin, 1990.
- Straub, D. (1997): *Alternative Mathematical Theory of Non-equilibrium Phenomena*, Academic Press, San Diego-London-Boston-NewYork-Sydney-Tokyo-Toronto, 1997.
- Stöckler, M. (1991): *Das Antropische Prinzip*, in: *Praxis der Naturwissenschaften - Physik* 4/40 (1991), S.25-27
- Taylor, B.N. and Cohen, E.R. (1990): *Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: A Status Report*, in: *J.Res. Natl.Inst.Stand.Technol.* 95, 497
- Trefils, J.S. (1980): *From Atoms to Quarks*, New York, Scribners, 1980
- Tryon, E.P. (1973): *Is the Universe an Vacuum Fluctuation?*, in: *Nature* 246 (1973), S. 396-397
- Yang, C.N. (1961): *Elementary Particles*, Priceton, N.J., Princeton University Press, 1961
- Yudurain, F.J. (1983): *Quantum Chromodynamics: an Introduction to the Theory of Quarks and Gluons*, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1983
- Yukawa, H. (1982): *Tabibito - Ein Wanderer*, Stuttgart, 1985
- Waloschek, P. (1991): *Neuere Teilchenphysik - einfach dargestellt*, Aulis Verlag Deubner and Co KG, Köln, 1991
- Weinberg, S. (1983): *Subatomic Particles*, New York, Scientific American Library, 1983
- Weinberg, E.J. and Nordstrom, D.L. (1996): *Physical Review D, Particles and Fields*, Volume 54, 1 July 1996, Part I, The American Physical Society
- Weizsäcker, C.F.von (1992): *Zeit und Wissen*, Carl Hanser Verlag, München, 1992
- Wlodarski, K. (1973): *Über die Versuche zur Erklärung der Zahlenwerte der Feinstrukturkonstante und des Proton-Elektron-Massenverhältnisses*, in: *Praxis der Naturwissenschaften - Physik* 6/73 (1973), S. 164-165.