aber die Ausdehnung eines gebundenen Zustands ist nicht immer ein gutes Maß für die Reichweite (deshalb schlägt das Argument für das Photon fehl: Die Reichweite der elektromagnetischen Kraft ist unendlich, aber die Größe eines Atoms ist es nicht)." (Griffiths, D. (1996), S.57)

b) Die Gell-Mann/Okubo-Massenformel über die Massen der Baryonen und der Mesonen

Im Jahre 1961 hat *Murray Gell-Mann* den sogenannten Achtfachen Weg eingeführt. Im wesentlichen wurde das gleiche Modell von *Ne'eman* vorgeschlagen.[5] Der Achtfache Weg ordnet die Baryonen und Mesonen in geometrische Schemata, je nach Ladung und Seltsamkeit. Die acht leichtesten Baryonen passen in eine hexagonale Aufstellung mit zwei Teilchen in der Mitte:

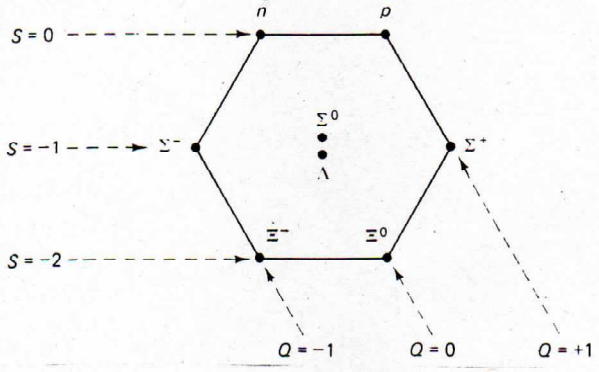

Abbildung (Griffiths, D. (1996), S.37)

Diese Gruppe ist unter der Bezeichnung *Baryonoktett* bekannt. Teilchen gleicher Ladung liegen

---

es einen konkreten Hinweis auf einen Artikel in "Nature"!!!); *Brief Nr.96. (datiert vom 3.9.50, bzw. 4.9.50; S.186-188, kommentiert S.189):* "Aus den Zeitungen sah ich, daß Blackett bei der British Association in Birmingham wieder ein paar neue kurzlebige Mesonen angekündigt hat. In der Dir gewidmeten Nummer der "Rev.of Modern Physics" steht eine Arbeit, in der ich das Vorhandensein von Mengen solcher kurzlebiger Teilchen plausibel gemacht habe. Die Einzelheiten dieser Rechnungen sind wahrscheinlich falsch, aber das Prinzip scheint sich zu bestätigen." Kommentar: "Die Nachricht über die Existenz vieler kurzlebiger Teilchen hat mich erfreut, weil unsere Reziprozitätstheorie so etwas vorhersagte. Heute sieht es so aus, als ob sie auch einen Beitrag zu ihrer Klassifizierung und zum Verständnis ihrer Eigenschaften liefert."*Kommentar zum Brief Nr.117. (datiert vom 29.1.55; S.232-233):* "Hideki Yukawa ist ein glänzender theoretischer Physiker, der einzige japanische Träger des Nobelpreises, den er 1949 für seine Vorherssage einer neuen Art von Teilchen, Mesonen genannt (an Masse 'zwischen' Elektronen und Protonen), erhalten hat. Ich bin mit ihm in brieflichem Verkehr und sehe ihn gelegentlich, ... er hat mein Reziprozitätsprinzip als leitenden heuristischen Gedanken in der Theorie der Elementartteilchen anerkannt.."

[5]Eine Zusammenfassung der Originalartikel findet man in: M.Gell-Mann und Y.Ne´eman: *The Eightfold Way*, New York, Benjamin, 1964

den nach rechts unten abfallenden *Diagonalen*. *Horizontalen* verbinden Teilchen mit gleicher *Seltsamkeit*. Die *Gell-Mann/Okubo-Massenformel* verbindet die Massen von Mitgliedern des Baryonoktetts (kleine Unterschiede zwischen *p* und *n*, zwischen Σ^+, Σ^0 und Σ^- und zwischen Ξ^0 und Ξ^- nicht beachtend):

$$2(m_N + m_\Xi) = 3m_\Lambda + m_\Sigma .$$

Verwendet man diese Formel zusammen mit den bekannten Massen des Nukleons *N* (den Mittelwert von *p* und *n* genommen) und Ξ (wiederum den Mittelwert genommen), ergibt sich für Λ eine "Vorhersage" mit dem Massenwert von 1106,6 MeV/c^2 (empirisch: 1115,684).

Die acht leichtesten Mesonen füllen ein zum Baryonoktett ähnliches hexagonales Muster und formen das *(pseudoskalare) Mesonoktett:*

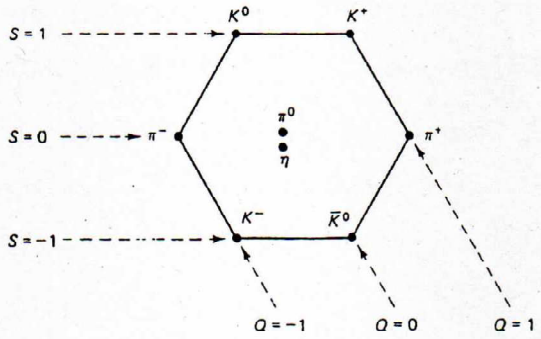

Abbildung (Griffiths, D. (1996), S.37)

Genau wie beim Baryonoktett bestimmen die Diagonalen die Ladung und die Horizontalen die Seltsamkeit; aber dieses Mal ist die obere Linie dem Parameterwert *S*=1 zugeordnet, die mittlere *S*=0 und die untere *S*=-1. Diese Diskrepanz ist ein historischer Zufall. Dieselbe *Gell-Mann/Okubo-Massenformel* läßt sich auch auf die Mesonen anwenden (mit $\Sigma \rightarrow \pi$, $\Lambda \rightarrow \eta$ etc.); allerdings: "aus Gründen, die ein wenig mysteriös sind" (Griffiths (1996), S.57), muß man in diesem Fall die *Quadrate* der Massen nehmen. Ähnlicherweise wie beim Baryonoktett kann man eine "Vorhersage" für die Masse des η- Mesons machen: es wäre 566.238 Mev/c^2 (emprisch: 547.45).

Sechsecke waren nicht die einzigen Figuren, die der Achtfache Weg erlaubte. Es gab auch eine dreieckige Anordnung, die 10 schwere Baryonen enthält - das *Baryondekuplett:*

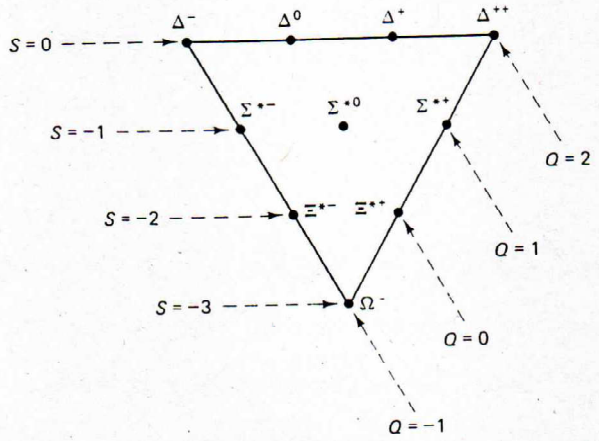

Abbildung (Griffiths, D. (1996), S.38)

Als Gell-Mann diese Teilchen in das Dekuplett einfügte, waren neun der Teilchen schon experimentell bekannt. Das zehnte Teilchen (mit einer Ladung von -1 und einer Seltsamkeit von -3) fehlte zu jener Zeit [6]. Gell-Mann sagte voraus, wie es zu erzeugen sei. Darüber hinaus rechnete er seine Masse folgenderweise aus. Er nahm eine Massenformel für Dekupletts an, die ganz einfach ist; gleiche "Abstände" zwischen den Reihen:

$$M_{\Delta} - M_{\Sigma^*} = M_{\Sigma^*} - M_{\Xi^*} = M_{\Xi^*} - M_{\Omega}.$$

Verwendet man diese Formel, kann man die Masse des im Jahre 1964 entdeckten Omega-minus berechnen.[7] Seit der Entdeckung des Ω^- hat niemand mehr ernshaft daran gezweifelt, daß der Achtfache Weg richtig ist.

c) Coleman-Glashow-Beziehung[8]

Im selben Jahr 1964 wurde eine weitere Massenformel für Baryonen veröffentlicht. Diese Beziehung lautet:

$$M_{\Sigma^+} - M_{\Sigma^-} = M_p - M_n + M_{\Xi^0} - M_{\Xi^-}.$$

---

[6]Möglicherweise wurde es 1954 in einem Experiment mit kosmischer Strahlung beobachtet (Vgl. Y.Eisenberg, *Phys. Rev.* **96**, 541 (1954)), aber die Identifizierung war nicht eindeutig.

[7]Vgl. V.E.Barnes et al., *Phys. Rev. Lett.* **12**, 204 (1964); bzw. W. B. Fowler und N. P. Samios, *Sci.Am.* (Oktober 1964).

[8]Vgl. *Phys. Rev.* **B134**, 671 (1964).

Mit den heute bekannten empirischen Werten gibt es eine Differenz von 0.3527 MeV/c^2 zwischen den zwei Seiten der Gleichung.

4.2 Theorie von Heisenberg[9]

Die neuere Entwicklungen während und nach dem Zweiten Weltkrieg waren für Heisenberg Anlaß, in der Teilchenphysik seine Quantenfeldphysik zu reaktivieren. Das führte in den Fünfzigern zur Entwicklung von neuen Theorien und gipfelte 1958 in seinem Vorschlag einer neuen einheitlichen Feldtheorie, die für Heisenberg trotz aller damit verbundenen begrifflichen und mathematischen Schwierigkeiten gleichbedeutend mit einer Revolution der Physik war, obwohl sie von den meisten Physiker nie akzeptiert wurde. Er stellte in den späten vierziger und den frühen fünfziger Jahren in einer Reihe von Aufsätzen, die er der Göttinger Akademie vorlegte und in *Zeitschrift für Naturforschung* veröffentlichte, die Situation in der Quantenfeldtheorie dar und entwarf sein Programm für deren Entwicklung.[10]

In der Feldtheorie, so stellte er fest, würden Teilchen und deren Wechselwirkungen durch Felder dargestellt, die eine oder mehrere relativistisch invariante Differentialgleichungen erfüllen. Aber immer wenn diese Gleichungen quantisiert würden, divergieren die physikalischen Eigenschaften der Felder gegen unendlich. Zur Darstellung der dramatischen Entwicklungen der Theorie zitieren wir den Biographen C. D. Cassidy: "Diese Divergenzen waren offenbar die Folge von sogenannten lokalen Wechselwirkungen, d.h. von Wechselwirkungen bei beliebig kleinen Entfernungen. Sie ließen sich entweder durch Abschneiden der Funktionen bei kurzen Wellenlängen vermeiden, oder aber mit der von Heisenberg bevorzugten Methode - der Einführung einer *Mindestlänge* als untere Grenze. 1951 entdeckte er jedoch, daß bei diesem Lösungsvorschlag infolge der speziellen Relativitätstheorie eine Verletzung des Kausalgesetzes zulässig war. Zu einer Mindestentfernung Δr gehörte eine Mindestzeit $\Delta t=\Delta r/c$, die zwischen einer Ursache und ihrer Wirkung vergehen muß (c ist die Lichtgeschwindigkeit). Umgekehrt

[9]Folgende Darstellung basiert auf Cassidy, D.C.(1992); S.655-660

[10]Heisenbergs Arbeiten über die Feldtheorie werden zusammenfassend dargestellt in Hans-Peter Dürr, "Heisenbergs einheitliche Feldtheorie der Elementarteilchen", Manuskript für Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina in Halle (Saale), 1981 (Privatbesitz Hans-Peter Dürr, München) - Information in: Cassidy, D.C.(1992), S.776, Fußnote 56

bedeutete die Existenz einer Mindestzeit, daß zwischen dem Ort, wo eine Ursache auftritt, und der Stelle, wo ihre Wirkung in Erscheinung tritt, eine gewisse Entfernung bestehen muß.[11] Örtliche Kausalität war offentbar unvereinbar mit der Quantisierung relativistischer Gleichungen. (...) Für Heisenberg befand sich die Physik in einer ähnlichen Situation wie in den frühen zwanziger Jahren, den Jahren vor der Entstehung der Quantenmechanik. (...) In den bisherigen Feldtheorien wurden Elementarteilchen und die zwischen ihnen auftretenden Kräfte als eigene Feldgrößen aufgefaßt. Die Dissipation des turbulenten Feldes in einem buchstäblichen Schauer aus unzähligen, eng benachbarten Teilchen brachte Heisenberg auf den Gedanken, daß es in der neuen Feldtheorie überhaupt nicht um einzelne Teilchen und Felder gehe, sondern um *ein* allgemeines, überall vorhandenes Materiefeld, für das er das Symbol $\Psi(x)$ einführte. *Einzelne Elementarteilchen sollten dann als stationäre Energiezustände dieses allgemeinen Materiefeldes in Erscheinung treten.* Wie eine Flüssigkeit sollte das Feld turbulent werden, wenn es in eine "Flasche" eingeschlossen wird, die kleiner ist als die universelle Mindestlänge. Im Gegensatz zur QED mußten die Differentialgleichungen dieses Feldes nichtlinear sein, um die Turbulenzen erzeugen zu können. Eine Potenz der universellen Länge l mußte die Nichtlinearität bewirken, die Länge selbst sollte die Masse der aus dem Materiefeld herauskondensierten Elementarteilchen bestimmen, und Auswahlregeln sowie Erhaltungssätze sollten sich aus den Symmetrieeigenschaften der Feldgleichungen ergeben." (Cassidy, C.D. (1992), S. 656-657).
Heisenberg beschäftigte sich mehr als acht Jahre mit den Problemen und Möglichkeiten seiner neuen, nichtlinearen Theorie. "1957 war Heisenberg so weit vorangekommen, daß er sein Materiefeld in die Form eines aus acht Komponenten bestehenden Spinorfeldes gebracht hatte, das als *Isospinor* bezeichnet wird. Aber welche Art von Feldgleichung würde dazu passen? Wie in den frühen zwanziger Jahren suchte Heisenberg zunehmend Rat und Kritik bei seinem alten Freund Wolfgang Pauli. (...) Im Februar 1957 (...) In der "Schlacht von Ascona" stritten Heisenberg und Pauli um die mathematischen Subtilitäten der relativistischen Gleichungen der einheitlichen Feldtheorie. (...) Nach einem sechwöchigen Gefecht, das Heisenberg als sehr unangenehm in Erinnerung blieb, kapitulierte Pauli schließlich. (...) Neun Monate später kam er (Heisenberg) noch einmal in die Schweiz, um in Genf an Besprechungen im CERN teilzunehmen.

[11]Vg. W.Heisenberg: *Zur Frage der Kausalität in der Quantentheorie der Wellenfelder"* (1951); in: *Gesammelte Werke/Collected Works* Hrsg. W.Blum u.a. (Berlin: Springer-Verlag; München:Piper-Verlag, 1985 Abteilung A, Band 3, S.166

Bei einem Zwischenaufenthalt in Zürich traf er sich mit Pauli. Heisenberg erinnerte sich später, wie er wenige Wochen nach diesem anregenden Besuch plötzlich auf eine einfache Feldgleichung stieß, die anscheinend jeder von ihr erwarteten Symmetrieeignschaft genügte, d.h., sie enthielt sowohl die Lorentz-Gruppe als auch die Isospingruppe. Pauli war begeistert; ein gemeinsamer Artikel über eine *Heisenberg-Pauli-Gleichung* als Grundlage für eine einheitliche Feldtheorie schien in Sicht, sobald die mathematischen Konsequenzen geklärt wären. (...) Der Artikel wurde nie geschrieben. (...) Ohne die mathematischen Probleme gelöst zu haben, beschlossen die beiden Physiker, die Gleichung nur in einer vorläufigen Mitteilung, einem sogenannten Preprint, der an speziell ausgewählte Kollegen geschickt werden sollte, zu veröffentlichen. Das 14 Seiten starke, auf englich verfaßte Typoskript wurde vervielfältigt, und am 27. Februar 1958 sollten die Sendungen auf die Post gehen."[12] (Cassidy, D.C. (1992), S.658-659).

Heisenbergs Formel (die sogenannte *Weltformel*) fand ihren Weg in ganz Deutschland (und in der ganzen Welt) auf die Titelseiten der Zeitungen. "Die Öffentlichkeit kam jedoch schnell wieder zur Besinnung, denn Pauli hatte sich plötzlich von Heisenbergs Weltformel distanziert. Dem ewigen Kritiker waren zunehmend Zweifel gekommen, und zwei Wochen bevor Heisenberg auf der Planck-Feier die Formel so vorschnell präsentierte, hatte er in einem strengen Brief an Heisenberg der Theorie jede weitere Unterstützung versagt und dies in einer zweiteiligen, auf englisch verfaßten Erklärung 67 führenden Physikern mitgeteilt.[13] Der Brief und der Verzicht hielten Heisenberg nicht davon ab, seine Formel weiterhin vor aufmerksamen Zuhörern überall in West- und Ostdeutschland verzutragen." (Cassidy, D.C. (1992), S. 659-669).

4.3 Flavor-Symmetrien und Quarkmassen

Nach der Entdeckung des Neutrons (1932) hat *W. Heisenberg* gleich einen außergewöhnlichen Aspekt bemerkt. Abgesehen davon, daß es offensichtlich keine Ladung trägt, ist es nahezu identisch mit dem Proton. Beider Massen liegen nahe beieinander (m_p=938.27231 MeV/c^2;

[12]W. Heisenberg und W.Pauli: "On the isospingroup in the theory of the elementary particles", unveröffentliches, vervielfältigtes Typoskript, Vgl. Cassidy, D.C. (1992), S.776, Fußnote 62.

[13]Pauli, Erklärung, datiert 8. Apr. 1958, Vgl. Cassidy, D.C. (1992), S.776, Fußnote 65.

m_n=939.56563 MeV/c^2). Der Vorschlag von Heisenberg[14] lautete: Sie sind als zwei "Zustände" eines *einzelnen* Teilchens, des *Nukleons* anzusehen. Der kleine Unterschied könnte der Tatsache zugeschrieben werden, daß das Proton geladen ist, da die in seinem elektrischen Feld gespeicherte Energie nach $E=mc^2$ zu seiner Trägheit beiträgt. In diesem Fall sollte das Proton das schwerere der beiden sein. Andererseits hätte ein solcher Sachverhalt katastrophale Folgen für die Stabilität der Materie[15]. Wenn man irgendwie die elektrische Ladung "abschalten" könnten, dann wären Proton und Neutron nach Heisenberg nicht mehr unterscheidbar. Oder, anders formuliert: Die *starke* Kraft, die Protonen und Neutronen erfahren, ist identisch.

Die Geschichte wiederholte sich in den späten Fünfzigern. Wie 1932 Proton und Neutron als ein Paar angesehen worden war, wurde in zunehmendem Maße deutlich, daß die Nukleonen, das Λ, die Σ's und die Ξ's zusammen eine natürliche Gruppierung in der Baryonenfamilie bilden. Alle haben den Spin ½ und ihre Massen sind ähnlich. Es käme nicht überraschend, wenn sie alle verschiedene Zustände eines einzelnen Teilchens wären. Indes wurden diese acht Baryonen als ein *Supermultiplett* betrachtet. Das bedeutet: Sie gehören in dieselbe Darstellung einer größeren Symmetriegruppe, in welcher die sogenannte Isospin-*SU*(2)-Gruppe[16] als *Untergruppe* enthalten ist. Die kritische Frage war: Welches ist die größere Gruppe? Der Achfache Weg war Gell-Manns Lösung für das Acht-Baryonen-Problem. Die Symmetriegruppe ist *SU*(3): die Oktette bilden achtdimensionale Darstellungen der *SU*(3), das Dekuplett eine zehndimensionale und so weiter. Eine Tatsache, die diesen Fall schwieriger als den Fall von Heisenberg machte, besteht darin, daß kein natürlich vorkommendes Teilchen in die *fundamentale* (3-dimensionale) Darstellung der *SU*(3) fällt, wie die Nukleonen und später die K-Mesonen, die Ξ-Baryonen usw bei der *SU*(2). Diese Rolle blieb den Quarks vorbehalten: *u, d* und *s* formen gemeinsam eine dreidimensionale Darstellung der *SU*(3), die sich unter der *SU*(2) in ein Isodublett (*u,d*) und ein

---

[14] *Zeitschrift für Physik* 77, 1 (1932).

[15] Ausführliche Begründung s. Griffiths, D. (1996), S.129-133

[16] Die meisten der für die Physik interessanten Gruppen sind *Matrizen*gruppen. In der Elementarteilchenphysik sind die häufigsten Gruppen die sogenannten *U(n)*-Gruppen: die Gruppe (eine Menge mit Symmetrieoperationen, die folgende Eigenschaften haben: abgeschlossen, haben inverses und Eins-Element und die Assoziativität ist gültig) aller unitären *nxn*-Matrizen. (Eine *unitäre Matrix* ist eine Matrix, deren Inverses gleich der adjungierten Matrix ist.) Wenn man sich weiter auf unitäre Matrizen mit Determinante 1 beschränken, wird die Gruppe *SU(n)* genannt.

Isosingulett (*s*) aufspaltet.

Als das Charm-Quark entdeckt wurde, expandierte die Flavor- Symmetriegruppe der starken Wechselwirkung ein weiteres Mal. Aber die Angelegenheit verharrte nur für kurze Zeit, denn die Ankunft des Bottom-Quarks führte zu *SU*(5) und das mutmaßliche Top-Quark zu *SU*(6). Es gibt einen wichtigen Vorbehalt: Der Isospin *SU*(2) ist eine sehr "gute" Symmetrie; die Mitglieder eines Isospinmultiplettes unterscheiden sich in ihren Massen höchstens um 2 oder 3 %, was etwa der Größenordnung entspricht, die von elektromagnetischen Korrekturen zu erwarten ist. Man glaubte lange Zeit, daß der Isospin eine exakte Symmetrie der starken Wechselwirkung ist und daß die Symmetriebrechung dem elektromagnetischen Einfluß zuzurechnen ist. Die Tatsache jedoch, daß die *n-p*-Massendifferenz in die falsche Richtung zielt, sofern ihre Existenz als Folge ihrer elektromagnetischen Natur erklärt, war irritierend, und man galubt inzwischen, daß die *SU*(2) nur eine *näherungsweise* Symmetrie der starken Wechselwirkung ist. Aber der Achtfache Weg (*SU*(3)) ist eine stark "gebrochene" Symmetrie; die Massenaufspaltung innerhalb des Baryonen-Oktetts liegt um die 40 %. Die Symmetriebrechung ist sogar noch schlimmer, wenn man das Charm-Quark hinzunimmt; das Λ_c^+ (*udc*) wiegt mehr als zweimal soviel wie das Λ(*uds*), obwohl sie zum selben *SU(4)*-Supermultiplett gehören. Noch schlimmer ist es mit dem Bottom-Quark und absolut schrecklich mit dem Top-Quark.

"*Warum* ist Isospin eine solch gute Symmetrie, der Achtfache Weg recht ordentlich und die Flavor-*SU*(6) so schlecht? Das Standardmodell gibt den Quarkmassen die ganze Schuld. Nun ist die Theorie der Quarkmassen ein unsicheres Geschäft, wenn man bedenkt, daß sie der direkten experimentellen Messung nicht zugänglich sind. Verschiedene Argumente[17] legen es nahe, daß *u*- und *d*-Quarks *an und für sich* sehr leicht sind: mit etwa der zehnfachen Masse des Elektrons. Innerhalb der Grenzen eines Hadrons sind ihre *effektiven* Massen jedoch weitaus größer. Der genaue Wert hängt in der Tat vom Kontext ab; in Baryonen sind sie für gewöhnlich größer als in Mesonen. (...) In etwa derselben Weise ist die effektive Trägheit eines Teelöffels größer, wenn man damit Honig rührt, als wenn man damit Tee rührt, und in beiden Fällen übersteigt sie die wahre Masse des Löffels. Allgemein gesprochen, ist die effektive Masse eines Quarks in einem Hadron um etwa 350 MeV/c^2 größer als seine *nackte* Masse (...) Verglichen damit sind die völlig

[17]A.DeRujula, M.Georgi und S.L.Glashow, *Phys.Rev.***D12**, 147 (1975); S.Weinberg, *Trans.N.Y.Acad.Sci., Series II* **38**, 185 (1977); S. Gasiorowicz und J.L.Rosner, *Am.J.Phys.* **49**, 962 (1981); J.Gasser und H.Leutwyler, *Phys.Rep.* **87**, 78 (1982)

unterschiedlichen *nackten* Massen von up- und down-Quarks praktisch irrelevant; sie *verhalten* sich, als hätten sie identische Massen. Aber das *s*-Quark ist bedeutend schwerer, und *c*-, *b*- und *t*-Quarks liegen weit auseinander. Abgesehen von den Unterschieden in den Quarkmassen, behandelt die starke Wechselwirkung alle Flavors gleich. Somit ist der Isospin eine gute Symmetrie, weil die effektiven *u*- und *d*-Massen so ziemlich gleich sind (was heißen soll: auf einer "elementareren" Ebene, weil ihre *nackten* Massen so klein sind); der Achfache Weg ist eine *ganz ordentliche* Symmetrie, weil die effektive Masse des seltsamen Quarks nicht *allzu* weit von denen des *u* und des *d* entfernt ist. Aber die schweren Quarks sind so weit weg, daß ihre Flavor-Symmetrie stark gebrochen ist. Diese "Erklärung" zieht natürlich zwei Fragen nach sich: (1) *Warum* erhöht die Bindung von Quarks in Hadronen ihre effektiven Massen um etwa 350 MeV/c^2? Die Antwort liegt wahrscheinlich innerhalb der QCD, aber die Details sind noch nicht verstanden[18]. (2) Warum haben die *nackten* Quarks gerade die Massen, die sie haben? Folgt das einem Schema? Auf diese Frage bietet das Standardmodell keine Antwort; die sechs nackten Quarkmassen und auch die sechs Leptonmassen sind für den Augenblick einfach Inputparameter, und es ist Aufgabe von Theorien *jenseits* des Standardmodell zu sagen, woher das kommt." (Griffiths, D. (1996), S.134-135).

[18]Ein qualitativ plausibler Mechanismus wird durch das "MIT Bag Model" nahegelegt. Freie Quarks der Masse *m*, eingeschlossen in einer kugelförmiger Schale vom Radius *R*, haben darin eine effektive Masse $m_{eff} = (m^2+(hx/2\pi Rc)^2)^{1/2}$, worin *x* eine dimensionslose Zahl um 2,5 ist. Unter Verwendung des Protonradius (etwa $1{,}5*10^{-13}$ cm) für *R* erhalten wir m_{eff} =330 MeV/c^2 für die up- und down-Quarks. Vgl. F.E.Close: *An Introduction to Quarks and Partons*, London, Academic, 1979, Abschn.181., in: Griffiths, D. (1996), S.150, Fußnote 9

	Quarkflavor	Nackte Masse *(In MeV/c²)*	Effektive Masse *(In MeV/c²)*	
			in Baryonen	in Mesonen
Leichte Quarks	*u*	4,2	363	310
	d	7,5		
	s	150	538	483
Schwere Quarks	*c*	1100	1500	
	b	4200	4700	
	t	〉91000 (≈170000)		

Tabelle: Quarks; nackte und effektive Massen je in MeV/c²

4.4 Mesonen-Massen im Standardmodell

Wäre die *SU*(3) eine perfekte Symmetrie, würden alle Teilchen in einem Supermultiplett dieselbe Masse haben. Das ist offensichtlich *nicht* der Fall; das *K*-Meson, z.B., wiegt mehr als dreimal soviel wie das π–Meson. Wie angedeutet wurde, ist die Flavorsymmetrie gebrochen, weil die Quarks selbst ungleiche Massen haben. Grob gesagt, wiegen die *K*´s mehr als π´s, weil sie ein *s* anstelle eines *u* oder *d* enthalten. Da die pseudoskalaren Mesonen und Vektormesonen sich lediglich in der relativen Ausrichtung ihrer Quarkspins unterscheiden, muß man die Differenz ihrer Massen auf eine Spin-Spin-Wechselwirkung zurückführen können, dem QCD-Analogon zur Hyperfeinaufspaltung im Grundzustand des Wasserstoffs. Analog zu der Formel der QED macht die Vermutung Sinn, daß die Spin-Spin-Kopplung in der QCD eine ähnliche Struktur aufweist; d.h., sie sollte proportional zum Skalarprodukt der Spins und umgekehrt proportional zum Produkt der Konstitutentenmassen sein. Ausgehend von dieser Annahme, kommt man auf die folgende Mesonenmassen-Formel:

$$M(\text{Meson}) = m_1 + m_2 + A_*(\boldsymbol{S}_1 \cdot \boldsymbol{S}_2)/(m_1 m_2)\ . \qquad (*)$$

Der Koeffizient A kann nicht berechnet werden. Man nimmt an. daß er für alle Vektor- und pseudoskalaren Mesonen gleich ist, da sie denselben Quantenzustand besetzen. Diese Annahme

ist sehr fragwürdig.[19] Mit dem Trick des Quadrierens von $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}_1 + \boldsymbol{S}_2$ findet man, daß das Skalarprodukt $¼(h/2\pi)^2$ für s=1 (Vektormesonen) und $-¾(h/2\pi)^2$ für s=0 (Pseudoskalare) ist. Für Konstituentenmassen von m_u=m_d =310 MeV/c² und m_s = 483 MeV/c² ist der "beste Anpassungswert" von A: $(2m_u/\hbar)^2$*160 MeV/c², und man erhält als Ergebnis folgende Tabelle[20] (die Massen sind in MeV/c² angegeben):

Meson	**Berechnet** *(In MeV/c²)*	**Empirisch** *(In MeV/c²)*
π	140	139.56995 (geladen)
K	484	493.677 (geladen)
η	559	547.45
ρ	780	768.5
ω	780	781.94
K*	896	891.59
Φ	1032	1019.413

Tabelle: Nach dem Standard-Modell berechnete und empirische Massen der Vektor- und Pseudoskalarmesonen in MeV/c²

[19]"Meiner Meinung nach ist das eine fragwürdige Annahme: (i) Für ein coulombartiges Potential wissen wir (...), daß $|\Psi(0)|^2$ (damit hängt A zusammen) proportional zur *dritten* Potenz der reduzierten Masse ist (für lineares Potential ist es proportional zu m). Warum berücksichtigen wir die explizite Massenabhängigkeit im Nenner von Gleichung (*) (die Massenformel), wenn wir bereit sind, sie im Zähler zu ignorieren? (ii) Die zentralen (...) Mitglieder jedes Nonetts kombinieren ein Quark mit dem eigenen Antiquark und lassen somit wie das Positronium Annihilationsdiagramme zu, die für andere Mesonen nicht möglich sind. Jedoch, nichts ist so erfolgreich wie Erfolg, und Gleichung (*) funktioniert erstaunlich gut." (Griffiths, D. (1996), S. 189-190, Fußnote)

[20]Vgl. Griffiths, D. (1996), S.189, Tabelle 5.3; die empirische Werte durch die neueren ersetzt.

"Angesichts der etwas wackeligen theoretischen Grundlage funktioniert Gleichung (5.99) (die Massenformel - Bem. d. Autors)) erstaunlich gut und beschreibt mit drei anpaßbaren Input-Parametern sieben unabhängige Mesonenmassen mit einer Genauigkeit von etwa 1 %[21]

4.5 Baryonenmassen im Standardmodell

Die Situation ist dieselbe wie bei den Mesonen: Wenn Flavor $SU(3)$ eine perfekte Symmetrie wärre, würden alle Oktett-Baryonen gleich viel wiegen. Aber das ist nicht der Fall. In erster Näherung schreibt man das der Tatsache zu, daß das *s*-Quark mehr als *u* und *d* wiegt. Aber das ist nicht die *ganze* Wahrheit, sonst würde das Λ dieselbe Masse haben wie Σ's, und die Δ's würden dem Proton gleichkommen. Offensichtlich gibt es einen bedeutenden Spin-Spin-("Hyperfein-")Beitrag, den man wie bei den Mesonen als proportional zum Skalarprodukt der Spins und umgekehrt proportional zum Produkt der Massen annehmen. Der einzige Unterschied ist, daß man sich diesmal mit *drei* Spinpaaren befassen müssen:

$$M(\text{Baryon}) = m_1 + m_2 + m_3 + A' \cdot \{(\boldsymbol{S}_1 \cdot \boldsymbol{S}_2)/(m_1 m_2) + (\boldsymbol{S}_1 \cdot \boldsymbol{S}_3)/(m_1 m_3) + (\boldsymbol{S}_2 \cdot \boldsymbol{S}_3)/(m_2 m_3)\}$$

A' ist hier (wie bei den Mesonen) eine Konstante, die man anpaßt, um optimale Übereinstimmund mit den Daten zu erlangen. Die Produkte der Spins sind am einfachsten, wenn die drei Quarkmassen gleich sind. Ausgerechnet die entsprechenden Skalarprodukte unter Verwendung der Massen der Quarkkonstituenten und indem man $A' = (2m_u/\hbar)^2 \cdot 50$ MeV/c^2 wählt, erhält man eine gute Anpassung an die experimentellen Daten[22]:

[21]Wie die Rechnung durchgeführt werden kann, ist dargestellt in. Griffiths, D. (1996), S.207, Aufgabe 5.22, bzw. 5.23. Ein Kommentar zum Massenproblem des η' findet sich in: C.Quigg: *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions*, New York, Benjamin, 1987, S. 252

[22]Vgl. Griffiths, D. (1996), S.202, Tabelle 5.3, die empirische Werte durch die neuere ersetzt.

Baryon	Berechnet *(In MeV/c²)*	Empirisch *(In MeV/c²)*
N	939	939.56563 (Neutron)
Λ	1116	1115.684
Σ	1179	1192.55 (neutral)
Ξ	1327	1314.9 (neutral)
Δ	1239	ca. 1232
Σ*	1381	1383.7 (neutral)
Ξ*	1529	1531.80 (neutral)
Ω	1682	1672.45

Tabelle: Nach dem Standard-Modell berechnete und empirische Massen berechnete und empirische Massen der Vektor- und Pseudoskalarmesonen in MeV/c²

Baryonen

4.6 Vorherssage der W- und Z-Massen aufgrund des GWS-Modells

Ein wesentlicher Erfolg war für das G-W-S-Theorie, daß sie unter Verwendung der Werte für die Fermikonstante und für den sogenannten schwachen Mischungswinkel die Massen der *W*- und *Z*-Bosonen "vorhersagen" konnte. Ihre Entdeckung durch *Carlo Rubbia* und *S. Van der Meer* am CERN (1983) bedeutete einen überzeugenden Beweis für das GWS-Modell.[23]

4.7 Ursprung des Masse - der Higgs-Mechanismus

Nach dem Standardmodell ist der sogenannte Higgs-Mechanismus für die Massen der Eichbosonen ($W^{\pm}$ un Z) der schwachen Wechselwirkung verantwortlich. "Die Einzelheiten unterliegen noch immer der Spekulation - das Higgs-Teilchen ist noch nie im Labor gesehen worden." (Griffiths, D. (1996), S.405) Vermutlich ist es einfach zu schwer, um es mit irgendeinem der existierenden Beschleuniger zu erzeugen. Viele Teilchenphysiker bemühen sich momentan um den Bau eines Superconducting Supercollider (SSC), dessen Hauptaufgabe die

[23] Ausführliche Darstellung in: Griffiths, D. (1996), S.357; bzw. S.375 Aufgabe 10.17; vgl. noch G.Arnison et al., *Phys. Lett.* **122B**, 103 (1983) und **126D**, 398 (1983). Eine Übersicht über die Entdeckungen findet sich in: E. Radermacher: *Prog.Part.Nucl.Phys.* **14**, 231 (1985)

Suche nach dem Higgs-Teilchen wäre. Nachdem der Bau bereits begonnen worden war, bewilligte der amerikanische Kongreß in der zweiten Hälfte 1993 keine weiteren Mittel mehr, so daß das SSC-Projekt gestorben ist. Die Hoffnungen der Teilchenphysiker richten sich seitdem auf den LHC (**L**arge **H**adron **C**ollider) am CERN, für den es im Dezember 1994 grünes Licht gab. Der LHC, der im selben, 27 km umfassenden Tunnel wie auch der LEP-Speicherring untergebracht werden wird, soll im Jahre 2004 seinen Betrieb aufnehmen, um dann mit zwei Protonenstrahlen von maximal jeweils 7 TeV in einen neuen Energiebereich vorzustoßen.[24]

Es mag sogar viele Higgs-Teilchen geben, oder es mag eine zusammengesetzte Struktur sein: Die wichtige Sache ist, daß man *im Prinzip* einen Weg gefunden hat, den Eichfeldern Masse zukommen zu lassen.[25] Es scheint legitim zu sein, zu glauben, daß alle fundamentalen Wechselwirkungen (schwache, starke oder elektromagnetische) durch lokale Eichtheorien beschrieben werden können. Im Standardmodell ist das Higgs-Teilchen *ebenfalls* für die Massen der Quarks und Leptonen verantwortlich; man nimmt sie anfänglich als masselos an, aber vermutet, daß sie Yukawa-Kopplungen an die Higgs-Teilchen besitzen. Wenn letztere durch spontane Symmetriebrechung "verschoben" werden, spaltet die Yukawa-Kopplung in zwei Teile auf, von denen der eine eine echte Wechselwirkung und der andere ein *Massenterm* für das Feld ist. "Das ist eine schöne *Idee,* aber sie hilft uns nicht, die Fermionmassen zu *berechnen*, da die Yukawa-Kopplungskonstanten ihrerseits unbekannt sind. Erst wenn (*wenn* überhaupt) das Higgs-Teilchen tatsächlich *gefunden* ist, wird es möglich sein, all das empirisch zu bestätigen." (Griffiths, D. (1996), S.405 dritte Fußnote).

[24]Vgl. Griffiths, D. (1996), S.405, Fußnote des Übersetzers.

[25]Vgl. Die Ideen von W.Heisenberg in 4.2

5. Experimentelle, empirische Daten in Teichenphysik (Physics Today)

THE FUNDAMENTAL PHYSICAL CONSTANTS

New, more accurate measurements of several constants promise to refine even further the recommended values for the basic constants and conversion factors of physics and chemistry produced by 1986's least-squares adjustment.

E. Richard Cohen
and Barry N. Taylor

CODATA, the Committee on Data for Science and Technology of the International Council of Scientific Unions, published in 1986 a report[1] giving a set of self-consistent values for the basic constants and conversion factors of physics and chemistry derived from a least-squares adjustment involving more than 200 different measurements. The 1986 set replaces its predecessor, which was based on the 1973 least-squares adjustment.[2]

As in previous least-squares adjustments of the fundamental physical constants,[2–4] the data for the 1986 adjustment were divided into two groups: auxiliary constants and stochastic input data. Auxiliary constants are either defined constants—such as c and μ_0—that have no uncertainty or constants whose measured values are sufficiently precise that they can be taken to be exact; that is, their uncertainties are sufficiently small in comparison with the uncertainties assigned the stochastic input data that their values cannot be affected significantly by the least-squares adjustment.

Because the definitions of the SI electrical units are given in terms that are impossible to realize in the laboratory (infinitely long conductors of zero diameter, for example), standards laboratories such as NIST maintain practical realizations to serve the purposes of science and industry. The ratios of these as-maintained units to the

E. RICHARD COHEN *is retired from Rockwell International Science Center, and* BARRY N. TAYLOR *is in the Fundamental Constants Data Center, part of the NIST Physics Laboratory. Both are members of the CODATA Task Group on Fundamental Constants, of which Taylor is currently chair. Cohen served as chair of the group from 1969 to 1987.*

PROLOGUE

The set of recommended values of the fundamental physical constants resulting from the 1986 least-squares adjustment is the most up-to-date, self-consistent set available. Since its completion, however, and since the first version of the following article appeared in the 1987 PHYSICS TODAY *Buyers' Guide*, several new results have been reported that have implications of varying importance for the 1986 recommended values (B. N. Taylor, E.R. Cohen, *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **95**, 497, 1990). For example, the most accurate of a number of new and highly consistent values of R_∞ is 0.0031 ppm larger than the 1986 recommended value and has a one-standard-deviation uncertainty that is about 55 times smaller than that of the 1986 value. The 0.0031-ppm increase in R_∞ is 2.6 times the 0.0012-ppm uncertainty assigned the 1986 value. But because it is of such small magnitude, it would have a negligible impact on the other recommended values.

A new value of the gas constant R would have a more profound effect. The new measurement is 4.7 ppm smaller than the 1986 value, only 0.6 times the 8.4-ppm one-standard-deviation uncertainty of the latter value. However, the new measurement's 1.7-ppm uncertainty is five times smaller than the 1986 uncertainty. This is significant not only because of the improvement it implies in our knowledge of the value of R itself but also because it would yield a comparable reduction in the uncertainties of all of the 1986 recommended values derived from R. These include the Boltzmann constant k and the Stefan–Boltzmann constant σ.

A new value of $2e/h$ in SI units, that is, of K_V, also would have a major impact. The new result is 0.54 ppm larger than the 1986 recommended value, an acceptable 1.8 times the 0.30-ppm uncertainty of the latter. But the 0.068-ppm uncertainty of the new value is 4.4 times smaller than the 1986 uncertainty. This is highly significant because a considerable number of the 1986 recommended values depend strongly upon K_V and so would have their uncertainties reduced by about the same factor. These include the elementary charge e, the Planck constant h, the electron mass m_e, the Avogadro constant N_A and the Faraday constant F.

Also of great importance is a new value of the fine-structure constant α derived from the improved measurement and theoretical calculation of the electron's magnetic moment anomaly a_e. Although the new value of α is only 0.020 ppm larger than the 1986 recommended value—that is, 0.44 times the latter's 0.045-ppm uncertainty—the uncertainty of the new value is 0.0069 ppm, 6.5 times smaller than the 1986 uncertainty. Again, this would lead to similar reductions in the uncertainties of other constants strongly dependent upon α—for example, the Bohr radius a_0 and the electron Compton wavelength λ_C.

Because the output values of a least-squares adjustment are correlated, the new results discussed above cannot be readily incorporated into the 1986 table of recommended values. A new least-squares adjustment is scheduled for completion by the end of 1997. Until then, the 1986 set of values will remain the set of choice for worldwide use in all science and technology.

© 1997 American Institute of Physics, S-0031-9228-9782-010-8

SI units are themselves, of course, subject to experimental adjustment, and in fact provide some of the input data to the least-squares adjustment.

Examples of auxiliary constants for the 1986 adjustment are the speed of light in vacuum c, which is defined as 299 792 458 m/s (thus fixing the length of the meter in terms of the second); the permeability of vacuum μ_0, defined as $4\pi \times 10^{-7}$ N/A^2; the Rydberg constant for infinite mass R_∞, whose value has been measured with an uncertainty of one part in 10^9; and the quantity E, 483 594.0 × 10^9 Hz/V, the value of the Josephson frequency–voltage quotient $2e/h$ (e is the elementary charge and h is the Planck constant) adopted in 1972 by the Consultative Committee on Electricity of the International Committee of Weights and Measures for defining laboratory representations of the volt.[5] In this latest adjustment the uncertainty of each auxiliary constant was no greater than 0.02 parts per million. (Throughout this article we give all uncertainties as estimates of one standard deviation.) In contrast, the uncertainties assigned the 38 items of stochastic input data considered in the 1986 adjustment were in the range 0.065–9.7 ppm. Examples of such data are measurements of the proton gyromagnetic ratio γ_p' (uncertainty in the range 0.24–5.4 ppm), the molar volume of silicon $M(\mathrm{Si})/\rho(\mathrm{Si})$ (1.15 ppm) and the quantized Hall resistance R_H, equal to h/e^2 (0.12–0.22 ppm).

Because new results that can influence a least-squares adjustment of the constants are reported continually, it is always difficult to choose an optimal time to carry out a new adjustment and to revise the recommended values of the constants. For the latest adjustment, the Task Group on Fundamental Constants considered for inclusion all data available up to 1 January 1986, recognizing that the changes that might result by taking into account more recent data would be much smaller than the changes to the 1973 recommended values that result from the pre-1986 data.

Each of the 38 items of stochastic data is expressed (using the auxiliary constants as necessary) in terms of five quantities that serve as the "unknowns" or variables of the 1986 adjustment. These are:

▷ α^{-1}, the reciprocal fine-structure constant.

Changes in recommended values

Quantity	Difference between 1986 and 1973 values	Uncertainty in recommended value	
		1973	1986
	ppm	ppm	ppm
α^{-1}	−0.37	0.82	0.045
e	−7.4	2.9	0.30
h	−15.2	5.4	0.60
m_e	−15.8	5.1	0.59
N_A	+15.2	5.1	0.59
m_p/m_e	+0.64	0.38	0.020
F	+7.8	2.8	0.30
$2e/h$	+7.8	2.6	0.30

▷ K_V, the ratio $V_{76\text{-BI}}/V$ between the unit of voltage $V_{76\text{-BI}}$ maintained at the Bureau International de Poids et Mésures and the SI volt V. $V_{76\text{-BI}}$ is maintained using a value of the Josephson frequency–voltage quotient equal to E, so that $2e/h$ equals E/K_V.

▷ K_Ω, the ratio $\Omega_{\mathrm{BI85}}/\Omega$ between the unit of resistance Ω_{BI85} as maintained at BIPM on 1 January 1985, based on the mean resistance of a particular group of wire-wound precision resistors, and the SI ohm Ω.

▷ d_{220}, the (220) lattice spacing of a perfect crystal of pure silicon at 22.5 °C in vacuum.

▷ μ_μ/μ_p, the ratio of the magnetic moment of the muon to that of the proton.

"Best" values in the least-squares sense for these five quantities, with their variances and covariances, are thus the immediate output of the adjustment.

After a thorough analysis using a number of least-squares algorithms, the initial group of 38 items of stochastic input data was reduced to 22 items by deleting those that were either highly inconsistent with the remaining data or had assigned uncertainties so large that they carried negligible weight. The adjusted values of the five unknowns, and hence all the other 1986 recommended values that were subsequently derived from them (with the aid of the auxiliary constants), are therefore based on a least-squares adjustment with 17 degrees of freedom.

The 1986 recommended values of the fundamental physical constants

Quantity	Symbol	Value	Units	Relative uncertainty ppm
Universal constants				
Speed of light in vacuum	c	299 792 458	$\mathrm{m\,s^{-1}}$	exact
Permeability of vacuum	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$	$\mathrm{N\,A^{-2}}$	
		= 12.566 370 614 . . .	$10^{-7}\ \mathrm{N\,A^{-2}}$	exact
Permittivity of vacuum	ϵ_0	$1/\mu_0 c^2$		
		= 8.854 187 817. . .	$10^{-12}\ \mathrm{F\,m^{-1}}$	exact
Newtonian constant of gravitation	G	6.672 59(85)	$10^{-11}\ \mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$	128
Planck constant	h	6.626 075 5(40)	$10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$	0.60
in electron volts, $h/\{e\}$		4.135 669 2(12)	$10^{-15}\ \mathrm{eV\,s}$	0.30
$h/2\pi$	$\hbar$	1.054 572 66(63)	$10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$	0.60
in electron volts, $\hbar/\{e\}$		6.582 122 0(20)	$10^{-16}\ \mathrm{eV\,s}$	0.30
Planck mass, $(\hbar c/G)^{1/2}$	m_P	2.176 71(14)	$10^{-8}\ \mathrm{kg}$	64
Planck length, $\hbar/m_P c = (\hbar G/c^3)^{1/2}$	l_P	1.616 05(10)	$10^{-35}\ \mathrm{m}$	64
Planck time, $l_P/c = (\hbar G/c^5)^{1/2}$	t_P	5.390 56(34)	$10^{-44}\ \mathrm{s}$	64
Electromagnetic constants				
Elementary charge	e	1.602 177 33(49)	$10^{-19}\ \mathrm{C}$	0.30
	e/h	2.417 988 36(72)	$10^{14}\ \mathrm{A\,J^{-1}}$	0.30
Magnetic flux quantum, $h/2e$	Φ_0	2.067 834 61(61)	$10^{-15}\ \mathrm{Wb}$	0.30
Josephson frequency–voltage quotient	$2e/h$	4.835 976 7(14)	$10^{14}\ \mathrm{Hz\,V^{-1}}$	0.30

The results

The 1986 adjustment represents a major advance over its 1973 counterpart; the uncertainties of the recommended values were reduced by roughly an order of magnitude due to the enormous advances made in precision measurement in the preceding dozen years. The improvement can be seen from a comparison of the 1973 and 1986 recommended values for the inverse fine-structure constant α^{-1}, the elementary charge e, the Planck constant h, the electron mass m_e, the Avogadro constant N_A, the proton–electron mass ratio m_p/m_e, the Faraday constant F and the Josephson frequency–voltage quotient $2e/h$. (See the table at left.)

Unexpectedly large changes (that is, changes that are large relative to the uncertainty assigned the 1973 value) occurred in the recommended values of several of these constants. These changes are a direct consequence of the 7.8-ppm decrease in the quantity K_V from 1973 to 1986 and the high correlation between K_V and the calculated values of e, h, m_e, N_A and F. Since $2e/h$ is equal to E/K_V, the change in the value of K_V also implies that the value of the Josephson frequency–voltage quotient adopted by the Consultative Committee on Electricity in 1972, which was believed to be consistent with the SI value and which most national standards laboratories adopted to define and maintain their laboratory unit of voltage, is actually 7.6 ppm smaller than the SI value. This unsatisfactory situation was rectified on 1 January 1990, when a new value of the Josephson frequency–voltage quotient adopted by the CCE for maintaining laboratory representations of the volt went into effect. The CCE also adopted a value of the quantized Hall resistance for maintaining laboratory representations of the ohm that went into effect on the same date.[6]

The large change in K_V and hence in many other quantities between 1973 and 1986 would have been avoided if two determinations of F that seemed to be discrepant with the remaining data had not been deleted in the 1973 adjustment. In retrospect, the disagreement was comparatively mild. In view of this experience it is important to recognize that there are no similar disagreements in the 1986 adjustment: The measurements that were omitted from the final adjustment were so discrepant that they obviously could not be correct, or of such low weight that if they were retained the adjusted values of the five unknowns would change negligibly. Thus it is unlikely that any alternative evaluation of the data considered in the 1986 least-squares adjustment could lead to significant changes in the 1986 recommended values. Moreover, the quality of the 1986 data and their redundancy would seem to preclude any future changes in the 1986 recommended values relative to their uncertainties comparable to the changes that occurred in the 1973 values.

The table beginning below and continuing through page BG13 gives the recommended values for the fundamental constants of physics and chemistry as well as a number of conversion factors based on the results of a least-squares adjustment with 17 degrees of freedom. The digits in parentheses are the one-standard-deviation uncertainties in the last digits. Because the uncertainties of many entries are correlated, a full variance matrix, given in reference 1, must be used in evaluating the uncertainties of quantities computed from them.

References

1. E. R. Cohen, B. N. Taylor, *The 1986 Adjustment of the Fundamental Physical Constants*, report of the CODATA Task Group on Fundamental Constants, CODATA Bulletin 63, Pergamon, Elmsford, N. Y. (1986); Rev. Mod. Phys. **57**, 1121 (1987).
2. *Recommended Consistent Values of the Fundamental Physical Constants, 1973*, report of the CODATA Task Group on Fundamental Constants, CODATA Bulletin 11, CODATA Secretariat, Paris (1973). E. R. Cohen, B. N. Taylor, J. Phys. Chem. Ref. Data **2**, 663 (1973).
3. B. N. Taylor, W. H. Parker, D. N. Langenberg, Rev. Mod. Phys. **41**, 375 (1969); also published as *The Fundamental Constants and Quantum Electrodynamics*, Academic, New York (1969).
4. E. R. Cohen, J. W. M. DuMond, Rev. Mod. Phys. **37**, 537 (1965).
5. Com. Intl. Poids Mes. Com. Consult. d'Electricité, Trav. 13e Session, Bur. Intl. Poids Mes., Sèvres, France (October 1972), p. E13. J. Terrien, Metrologia **9**, 40 (1973). P. V. Séances Com. Intl. Poids Mes., 61e Session, **40**, Bur. Intl. Poids Mes., Sèvres, France (October 1972), pp. 22, 100.
6. B. N. Taylor, T. J. Witt, Metrologia **26**, 47 (1989). T. J. Quinn, Metrologia **26**, 69 (1989). ■

The 1986 recommended values of the fundamental physical constants

Quantity	Symbol	Value	Units	Relative uncertainty ppm	
Quantized Hall conductance	e^2/h	3.874 046 14(17)	10^{-5} S	0.045	
Quantized Hall resistance, $h/e^2 = \mu_0 c/2\alpha$	R_H	25 812.805 6(12)	Ω	0.045	
Bohr magneton, $e\hbar/2m_e$	μ_B	9.274 015 4(31)	10^{-24} J T^{-1}	0.34	
in electron volts, $\mu_B/\{e\}$		5.788 382 63(52)	10^{-5} eV T^{-1}	0.089	
in hertz, μ_B/h		1.399 624 18(42)	10^{10} Hz T^{-1}	0.30	
in wavenumbers, μ_B/hc		46.686 437(14)	m^{-1} T^{-1}	0.30	
in kelvins, μ_B/k		0.671 709 9(57)	K T^{-1}	8.5	
Nuclear magneton, $e\hbar/2m_p$	μ_N	5.050 786 6(17)	10^{-27} J T^{-1}	0.34	
in electron volts, $\mu_N/\{e\}$		3.152 451 66(28)	10^{-8} eV T^{-1}	0.089	
in hertz, μ_N/h		7.622 591 4(23)	MHz T^{-1}	0.30	
in wavenumbers, μ_N/hc		2.542 622 81(77)	10^{-2} m^{-1} T^{-1}	0.30	
in kelvins, μ_N/k		3.658 246(31)	10^{-4} K T^{-1}	8.5	
Atomic constants					
Fine-structure constant, $\mu_0 ce^2/2h$	α	7.297 353 08(33)	10^{-3}	0.045	
inverse fine-structure constant	α^{-1}	137.035 989 5(61)		0.045	
Rydberg constant, $m_e c\alpha^2/2h$	R_∞	10 973 731.534(13)	m^{-1}	0.0012	
in hertz, $R_\infty c$		3.289 841 949 9(39)	10^{15} Hz	0.0012	
in joules, $R_\infty hc$		2.179 874 1(13)	10^{-18} J	0.60	*continued on*
in eV, $R_\infty hc/\{e\}$		13.605 698 1(40)	eV	0.30	*next page*

The 1986 recommended values of the fundamental physical constants

Quantity	Symbol	Value	Units	Relative uncertainty ppm
Bohr radius, $\alpha/4\pi R_\infty$	a_0	0.529 177 249(24)	10^{-10} m	0.045
Hartree energy, $e^2/4\pi\epsilon_0 a_0 = 2R_\infty hc$	E_h	4.359 748 2(26)	10^{-18} J	0.60
in eV, $E_h/\{e\}$		27.211 396 1(81)	eV	0.30
Quantum of circulation	$h/2m_e$	3.636 948 07(33)	10^{-4} m^2 s^{-1}	0.089
	h/m_e	7.273 896 14(65)	10^{-4} m^2 s^{-1}	0.089
Electron				
Mass	m_e	9.109 389 7(54)	10^{-31} kg	0.59
		5.485 799 03(13)	10^{-4} u	0.023
in electron volts, $m_e c^2/\{e\}$		0.510 999 06(15)	MeV	0.30
Electron–muon mass ratio	m_e/m_μ	4.836 332 18(71)	10^{-3}	0.15
Electron–proton mass ratio	m_e/m_p	5.446 170 13(11)	10^{-4}	0.020
Electron–deuteron mass ratio	m_e/m_d	2.724 437 07(6)	10^{-4}	0.020
Electron–α-particle mass ratio	m_e/m_α	1.370 933 54(3)	10^{-4}	0.021
Specific charge	$-e/m_e$	1.758 819 62(53)	10^{11} C kg^{-1}	0.30
Molar mass	$M(e)$	5.485 799 03(13)	10^{-7} kg mol^{-1}	0.023
Compton wavelength, $h/m_e c$	λ_C	2.426 310 58(22)	10^{-12} m	0.089
$\lambda_C/2\pi = \alpha a_0 = \alpha^2/4\pi R_\infty$	$\lambda\!\!\!^{-}_C$	3.861 593 23(35)	10^{-13} m	0.089
Classical radius, $\alpha^2 a_0$	r_e	2.817 940 92(38)	10^{-15} m	0.13
Thomson cross section, $(8\pi/3)r_e^2$	σ_e	0.665 246 16(18)	10^{-28} m^2	0.27
Magnetic moment	μ_e	928.477 01(31)	10^{-26} J T^{-1}	0.34
in Bohr magnetons	μ_e/μ_B	1.001 159 652 193(10)		1×10^{-5}
in nuclear magnetons	μ_e/μ_N	1838.282 000(37)		0.020
Magnetic moment anomaly, $\mu_e/\mu_B - 1$	a_e	1.159 652 193(10)	10^{-3}	0.0086
g-factor, $2(1 + a_e)$	g_e	2.002 319 304 386(20)		1×10^{-5}
Electron–muon magnetic moment ratio	μ_e/μ_μ	206.766 967(30)		0.15
Electron–proton magnetic moment ratio	μ_e/μ_p	658.210 688 1(66)		0.010
Muon				
Mass	m_μ	1.883 532 7(11)	10^{-28} kg	0.61
		0.113 428 913(17)	u	0.15
in electron volts, $m_\mu c^2/\{e\}$		105.658 389(34)	MeV	0.32
Muon–electron mass ratio	m_μ/m_e	206.768 262(30)		0.15
Molar mass	$M(\mu)$	1.134 289 13(17)	10^{-4} kg mol^{-1}	0.15
Magnetic moment	μ_μ	4.490 451 4(15)	10^{-26} J T^{-1}	0.33
in Bohr magnetons	μ_μ/μ_B	4.841 970 97(71)	10^{-3}	0.15
in nuclear magnetons	μ_μ/μ_N	8.890 598 1(13)		0.15
Magnetic moment anomaly $[\mu_\mu/(e\hbar/2m_\mu)] - 1$	a_μ	1.165 923 0(84)	10^{-3}	7.2
g-factor, $2(1 + a_\mu)$	g_μ	2.002 331 846(17)		0.0084
Muon–proton magnetic moment ratio	μ_μ/μ_p	3.183 345 47(47)		0.15
Proton				
Mass	m_p	1.672 623 1(10)	10^{-27} kg	0.59
		1.007 276 470(12)	u	0.012
in electron volts, $m_p c^2/\{e\}$		938.272 31(28)	MeV	0.30
Proton–electron mass ratio	m_p/m_e	1836.152 701(37)		0.020
Proton–muon mass ratio	m_p/m_μ	8.880 244 4(13)		0.15
Specific charge	e/m_p	9.578 830 9(29)	10^7 C kg^{-1}	0.30
Molar mass	$M(p)$	1.007 276 470(12)	10^{-3} kg mol^{-1}	0.012
Compton wavelength, $h/m_p c$	$\lambda_{C,p}$	1.321 410 02(12)	10^{-15} m	0.089
$\lambda_{C,p}/2\pi$	$\lambda\!\!\!^{-}_{C,p}$	2.103 089 37(19)	10^{-16} m	0.089
Magnetic moment	μ_p	1.410 607 61(47)	10^{-26} J T^{-1}	0.34
in Bohr magnetons	μ_p/μ_B	1.521 032 202(15)	10^{-3}	0.010
in nuclear magnetons	μ_p/μ_N	2.792 847 386(63)		0.023
Diamagnetic shielding correction for protons (H_2O, spherical sample, 25 °C), $1 - \mu_p'/\mu_p$	σ_{H_2O}	25.689(15)	10^{-6}	—
Shielded proton moment (H_2O, spherical sample, 25 °C)	μ_p'	1.410 571 38(47)	10^{-26} J T^{-1}	0.34
in Bohr magnetons	μ_p'/μ_B	1.520 993 129(17)	10^{-3}	0.011
in nuclear magnetons	μ_p'/μ_N	2.792 775 642(64)		0.023
Gyromagnetic ratio	γ_p	26 752.212 8(81)	10^4 s^{-1} T^{-1}	0.30
	$\gamma_p/2\pi$	42.577 469(13)	MHz T^{-1}	0.30
uncorrected (H_2O, spherical sample, 25 °C)	γ_p'	26 751.525 5(81)	10^4 s^{-1} T^{-1}	0.30
	$\gamma_p'/2\pi$	42.576 375(13)	MHz T^{-1}	0.30
Neutron				
Mass	m_n	1.674 928 6(10)	10^{-27} kg	0.59
		1.008 664 904(14)	u	0.014
in electron volts, $m_n c^2/\{e\}$		939.565 63(28)	MeV	0.30
Neutron–electron mass ratio	m_n/m_e	1838.683 662(40)		0.022
Neutron–proton mass ratio	m_n/m_p	1.001 378 404(9)		0.009